ブレーンによるタイル張りと McKay 箙

植田 一石　　大阪大学理学研究科
山崎 雅人　　東京大学理学系研究科

ブレーンは 90 年代の超弦理論の第 2 革命期に発見された、超弦理論の非摂動的側面や種々の双対性を理解するために欠かせない重要な対象である．例えば、5 次元の佐々木–Einstein 多様体 X_5 の metric cone Y_6 は実 6 次元の特異 Calabi–Yau 多様体になるが、この時 Y_6 の特異点の様子を D3 ブレーンで調べると、4 次元の超対称ゲージ理論が得られる．一方、ブレーンを超重力理論の古典解として見ると、ブレーンの近くでは時空は X_5 と 5 次元の反 de Sitter 空間 AdS_5 との直積 $X_5 \times AdS_5$ になっており、このことから $AdS_5 \times X_5$ 上の IIB 型の超重力理論（さらには超弦理論）が 4 次元超対称ゲージ理論と等価である事が予想される（いわゆる AdS/CFT 対応）．従って、与えられた Y_6 に対してそれに対応する 4 次元の超対称ゲージ理論を求めることは重要な問題となる．

超対称ゲージ理論は主束の接続やその同伴束の切断、それにそれらの超対称なパートナーたちに関する汎関数を指定することによって定まる．ここで、汎関数の形が箙（すなわち辺に向きの入ったグラフ）によって決まる特別なクラスのゲージ理論があり、箙ゲージ理論と呼ばれている．典型的な例が超対称 Yang-Mills 理論であり、頂点が 1 つで辺がない箙に対応する．

Y_6 がトーリック多様体の時、対応する 4 次元のゲージ理論は箙ゲージ理論になると（漠然と）予想されていたが、Y_6 に対して対応する箙を求めるのは一般には難しく、数学的に満足のいく組織的な方法は存在しなかった．ところが昨年 Hanany と Vegh [1] によって、ブレーンによるタイル張り（brane tiling）という新しい概念を経由して扇から箙を求める方法が提案された．ここでブレーンによるタイル張りとは、NS5/D5 ブレーンを用いてトーラスを敷き詰めたものであり、ブレーンの向き付けから自然に 2 色グラフとしての構造も持っている．

今回我々は、Y_6 をトーリック多様体として記述している扇の最高次元の錐が、格子点を頂点とする $\mathbb{R}^2$ 内の三角形 Δ に対して $\Delta \times \{1\} \subset \mathbb{R}^3$ で生成されている時に、Hanany と Vegh の方法の厳密な定式化を与えた．また、この時 Y_6 は $SL_3(\mathbb{C})$ の適当なアーベル部分群 A による $\mathbb{C}^3$ の商 $\mathbb{C}^3/A$ になるが、我々はさらに、Y_6 から Hanany と Vegh の方法で得られる箙が $A \subset SL_3(\mathbb{C})$ の McKay 箙になることも示した．

参考文献

[1] A. Hanany and D. Vegh, "Quivers, tilings, branes and rhombi," arXiv:hep-th/0511063.

[2] K. Ueda and M. Yamazaki, "A Note on Brane Tilings and McKay Quivers," arXiv:math.ag/0605780.