ブレーンによるタイル張りとMcKay箙

植田一石

山崎雅人

math.AG/0605780に基づく

2006年9月21日

日本数学会秋期総合分科会

物理からの動機：AdS/CFT対応

- X_5：5次元の佐々木-Einstein多様体

- Y_6：そのmetric cone（Calabi-Yau)、更にトーリックであるとする

AdS/CFT対応（予想）

$AdS_5 \times X_5$上のIIB超重力理論・超弦理論は、
$\mathcal{N} = 1$箙ゲージ理論と等価である

問題

扇が与えられたときに、箙を与えるアルゴリズムを与えよ

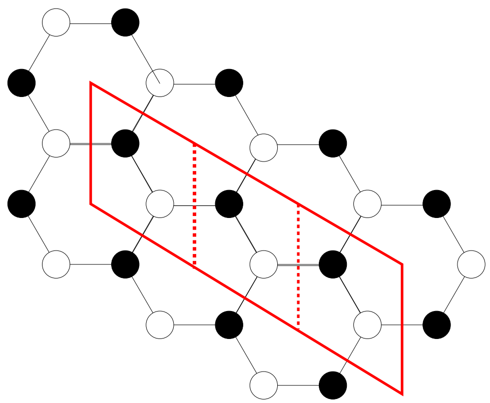
- この問いに対する答えを与えるのがHanany-Veghのアルゴリズム（hep-th/0511063）である

- ブレーンによるタイル張り（brane tiling）が重要な役割を果たす

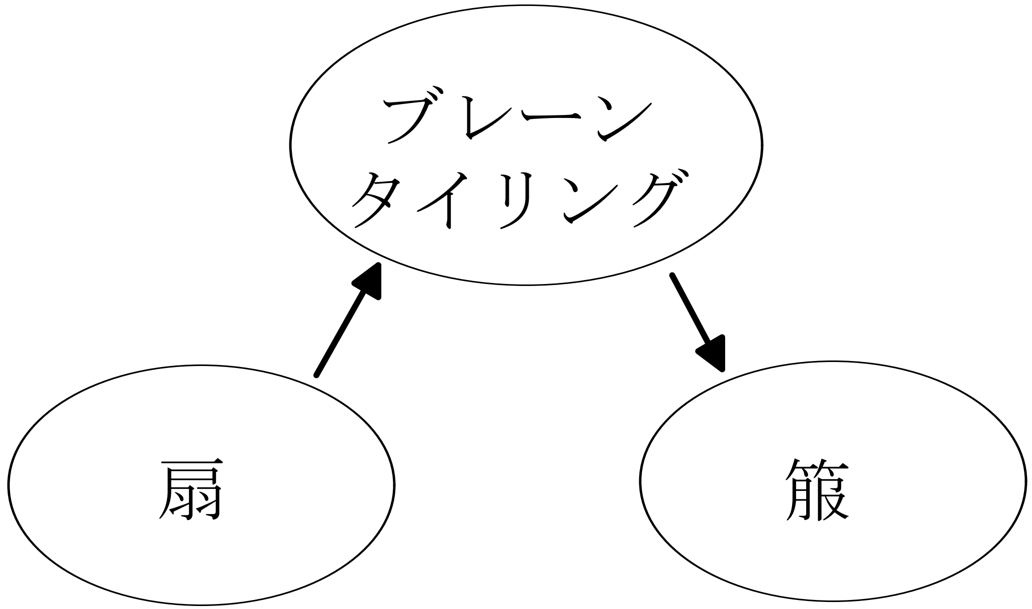
ブレーンによるタイル張り（brane tiling）とは？

- D5 ブレーンとNS5 ブレーンの交差の様子を表したもの

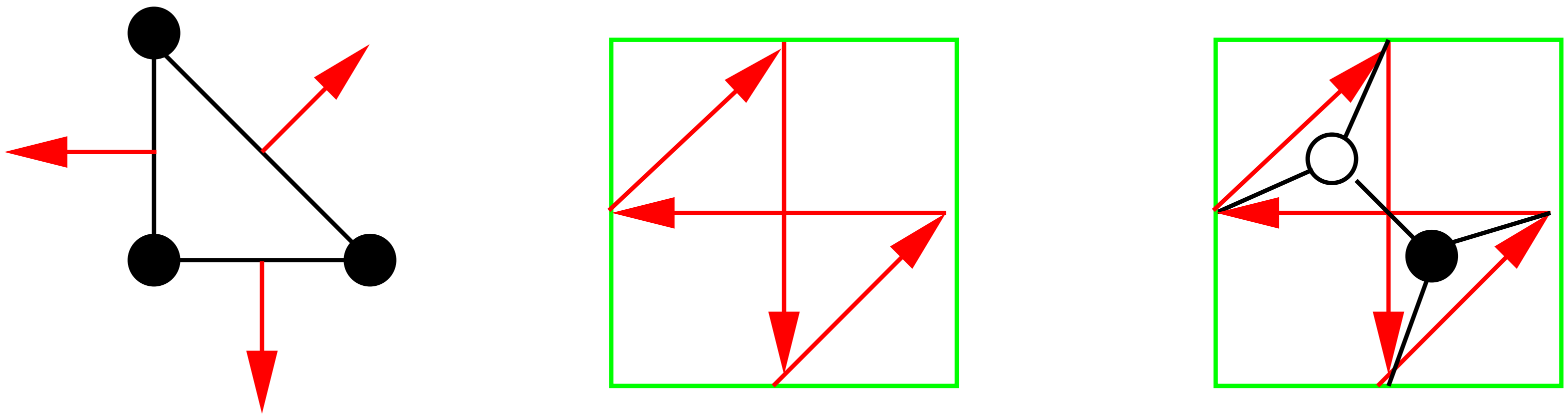
- トーラスの上の２部グラフ（ダイマー）

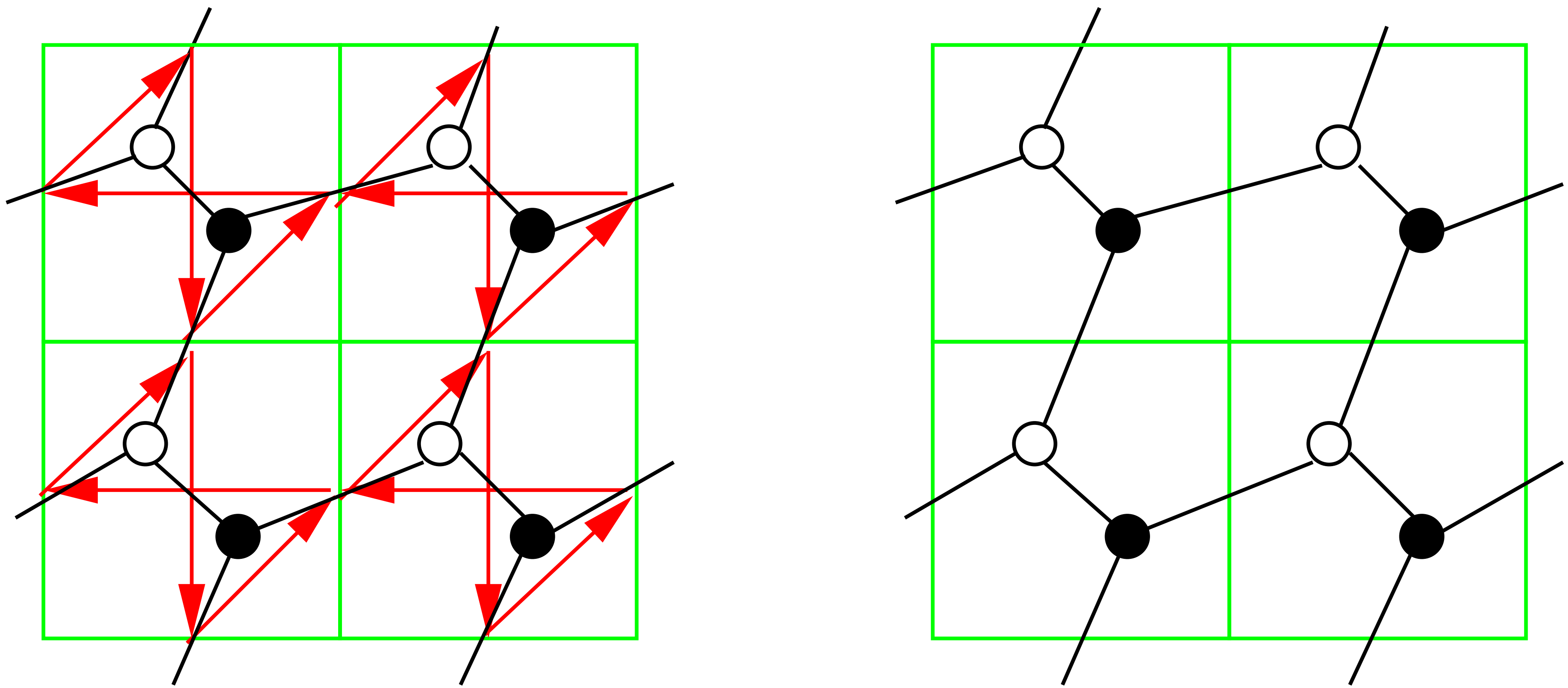


答：Hanany-Vegh のアルゴリズム

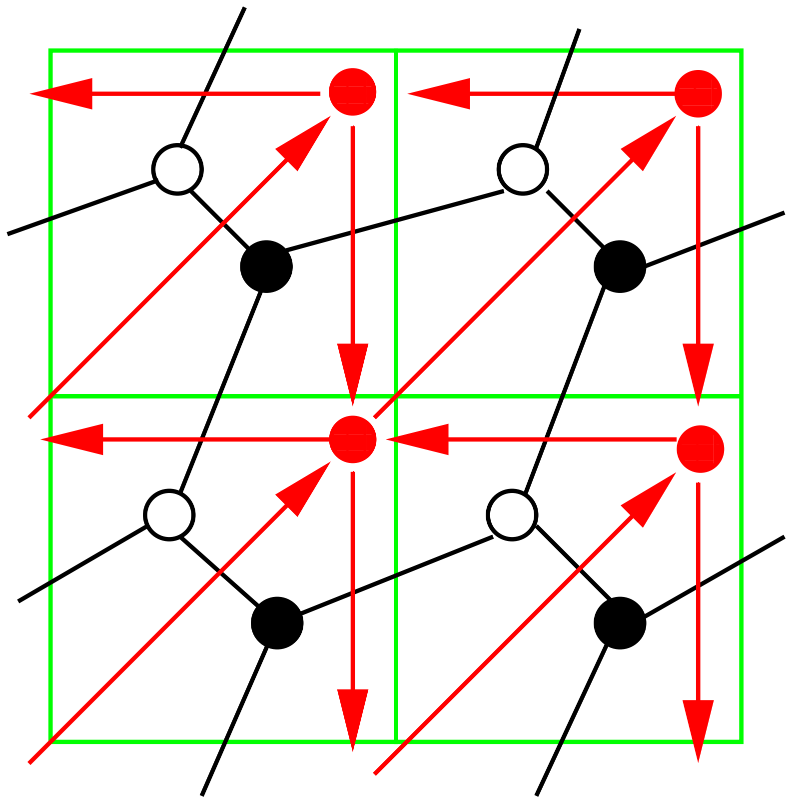


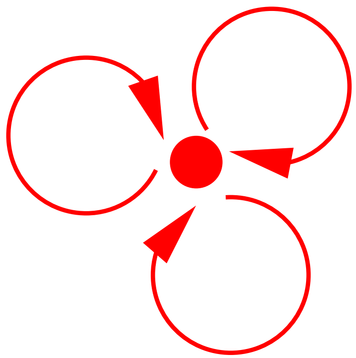
扇から２部グラフを作る（例：$\mathbb{C}^3$）



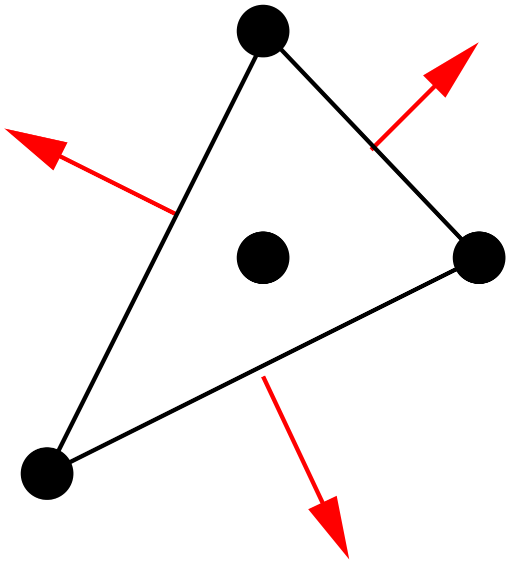


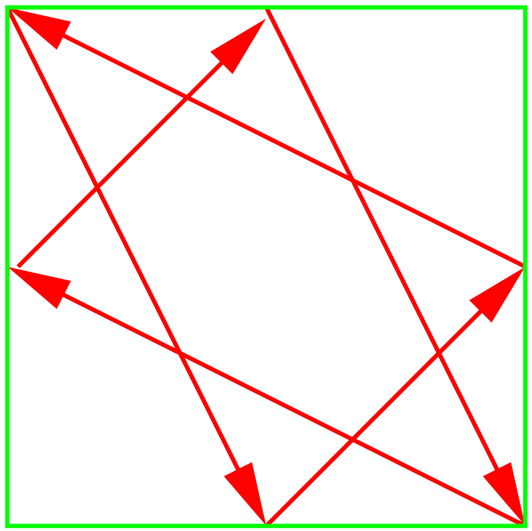
２部グラフから箙をつくる

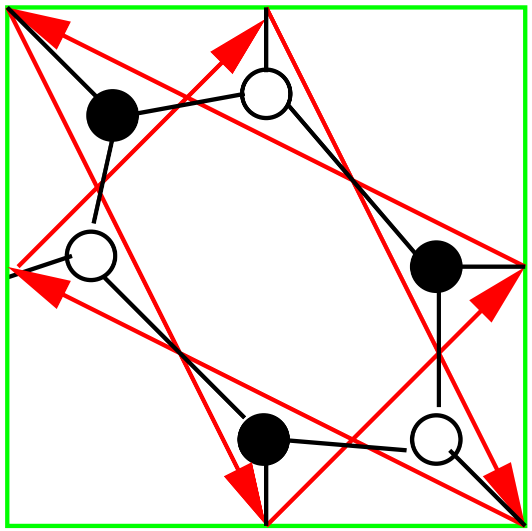


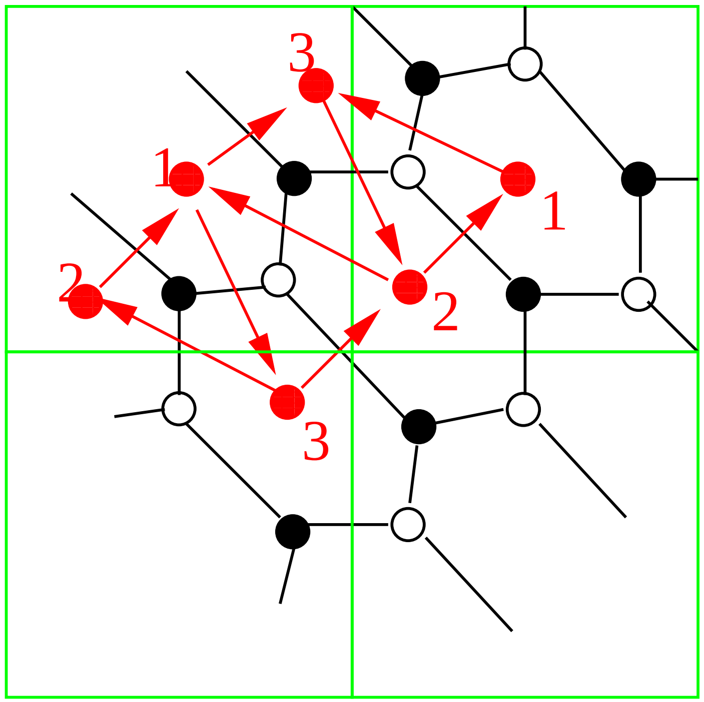


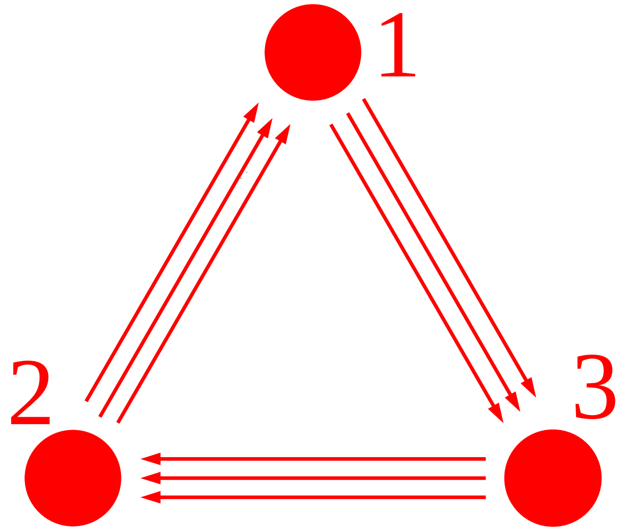
別の例：$\mathbb{C}^3/\mathbb{Z}$








3
1
1
2
2
3


1
2
3

Hanany-Veghのアルゴリズムは、扇が三角錐の時、数学的に厳密に定式化することができる。更に、次の定理が成り立つ。

主定理

$\triangle$：格子三角形
A：$SL_3(\mathbb{C})$の可換部分群
更に、$\triangle \times \{1\}$により生成される錐を最高次元の錐として持つような扇から作られるトーリック多様体が$\mathbb{C}^3/A$と一致するとする。このとき、
$\triangle$からHanany-Veghのアルゴリズムによって作られるrelationつきの箙は、AのMcKay箙と一致する。

まとめ

- ブレーンによるタイル張りとは、トーラスの上に書かれた２部グラフである
- 扇から２部グラフ、更にはrelation付き箙を作る方法を与えるのがHanany-Veghアルゴリズムである
- このアルゴリズムは、扇が三角錐の時、数学的に厳密に定式化することができる
- このアルゴリズムによって作られた箙は、McKay箙に一致する