ブレーンタイリングによるホモロジカルミラー対称性の証明

24aZF-8

阪大 理[A]、東大 理[B]　　植田一石[A]、°山崎雅人[B]

Proof of Homological Mirror Symmetry by Brane Tilings

Osaka Univ. , Univ. Tokyo　　Kazushi Ueda and Masahito Yamazaki

ブレーンタイリング (brane tiling) とは、2 次元トーラスT^2上に描かれた 2 色グラフ（ダイマー）のことである。ここで 2 色グラフとは、頂点が黒または白の 2 色で色分けされ、どの辺も違う色の頂点を結んでいるグラフのことを指す。

このグラフは、もともとは$\mathcal{N}$=1 超対称箙ゲージ理論の研究の中で便利なテクニックとして開発されたものであるが、実は、それ自体 D5-brane と NS5-brane からなる複雑な系の情報を表わしたものとしての物理的実体を持つ。

これまでのほとんどの全ての研究は、brane tiling を箙ゲージ理論の研究に用いてきた。しかし、上で述べた D5/NS5 系は、T-dual によって toric Calabi-Yau の幾何学と密接に関連しているので、brane tiling は、逆に toric Calabi-Yau 多様体を調べる為の強力な手法を提供していると見ることもできる。

本講演では、brane tiling の手法を用いてホモロジカルミラー対称性を示した我々の研究について述べる（大阪大学理学研究科植田一石氏との共同研究)。

ホモロジカルミラー対称性とは、A-model における D-brane（A-brane）の圏（category）と、B-model における D-brane（B-brane）の圏（category）の同等性を主張するものであり、我々が brane tiling を使って示したのは、$\mathbf{P}^2$、$\mathbf{P}^1 \times \mathbf{P}^1$、toric del Pezzo、およびそれらの toric orbifold の場合にこのホモロジカルミラー対称性が（数学的に厳密に）成り立つということである。

この仕事は、数学者にとって、ホモロジカルミラー対称性を厳密に証明するための全く新たな方法を与えると同時に、物理学者にとっても、D ブレーンの立場からその意味を直観的に理解することができるという自然なものである。また、orbifold の場合への拡張が直ちに可能であるなど、数学的に新しい結果ももたらす。このように、本研究は、物理の直観が数学的に新しい結果を示唆するのみでなく、その証明までも与えてしまうという興味深い例になっており、更なる拡張や応用が期待される。

1. K. Ueda and M. Yamazaki, "Homological mirror symmetry for toric orbifolds of toric del Pezzo surfaces," arXiv:math/0703267.

2. K. Ueda and M. Yamazaki, "Brane tilings for parallelograms with application to homological mirror symmetry," arXiv:math/0606548.

3. K. Ueda and M. Yamazaki, "A Note on Brane Tilings and McKay Quivers," arXiv:math/0605780.