

数学との付き合い方

山崎 雅人

筆者が英語の勉強を始めたのは中学に入った時、それから20年近くの間英語に触れてきたが、未だに友人の英語がいまいち聞き取れなくて悲しい思いをすることもある。それでも、アメリカで生活していくにはさほど不便を感じたことはない。

こんなことを書いたのは、数学について書くためだ。「数学は科学の言語である」などといわれる通り、科学、とりわけ理論物理学において、その自然法則を正確に定式化する枠組みとしての数学は避けて通れない。理論物理学者である筆者が研究しているのは素粒子理論・超弦理論であるが、この分野は時に最先端の数学が駆使される分野であり、初学者は他分野の方からは「言葉」の敷居が高いと思われている節がある。

しかし、物理はあくまで物理であって数学そのものではないのだから、「言語」としての数学が元で物理に挫折したら本末顛倒だと思う。かくいう筆者だって、10年以上数理解物理の研究の経験があるが、「数学語」が分からないことことは日常茶飯事だし、むしろきちんと分かることの方が少ないかもしれない^{*1)}。ここでは、理論物理学を目指す学生^{*2)}が、数学とどう付き合っていけば良いのか独断と偏見に基づいていくつか書いてみよう^{*3)}。

*1) 昔と変わったことといえば、歳をとって凶々しくなったので、数学が分からなくてもがっかりしなくなったことか。

*2) 物理と数学の「二刀流」を目指す若者が現れたら是非応援したいが、ここでは物理の一刀流を念頭に置いている。

*3) 以下に書くことの大部分には反例が存在する。自分に自信と確信があるのならば、僕のような凡庸な研究者の書いたも

この雑誌を読まれているような方ならば、大学でどのような数学を学ぶのか、臆げなりともご存知だろう。微積分や線形代数の基本など、理論物理学をやる上ではどの分野に進むにしろ有用であろう基礎事項もあるが、学年が上がるにつれて、段々と勉強する数学の内容は増えていく。未知の世界があることにワクワクできるのは素晴らしいこと、面白そうな数学があるのならば、濫読でも（積ん読でも？）構わないので若さに任せてどんどん挑戦してみるべきだ。

しかし、頑張ればなんでもできるというのが必ずしも正しくないというのもまたこの世界での真実である。大学の学部から大学院と研究活動に近づいていくについて、数学の内容はより専門化・分化していき、全ての数学をきちんと勉強することはだんだん難しくなってくる。そもそも数学科の学生だって、全分野を満遍なくカバーするのは事実上不可能だし、物理学の学生ならば学生実験など他にもやることが多いのだから尚更だ。

そもそも、物理の文脈で数学を活用するためには、ただ闇雲に数学を勉強すれば良いというものではない。数学はそれ自身の動機に基づいてしばしば抽象的に発展するものなので、数学として面白い問題が、自然現象として面白いかどうかはわからない。また、より実用的なレベルでは、色々な数学を勉強しても、それが物理の研究（特に自

のなどさらって流して、自分の信じるところを堂々と進んで欲しい。

分の研究)に役立つ保証は全くない。

それに、物理学にだって分野の発展や流行はあるので、今必要とされている数学であってもしばらく経ったらもう物理では顧みられなくなっている可能性もある。将来必要になる数学があらかじめ分かっていたら便利だが、それはほとんど物理学の将来が見通せているということなのだから、その時点で既にあなたは立派な物理研究者である可能性が高い。

その裏返しとして、研究に必要な数学は、必要になった時に勉強しても遅くはないことが多い。それどころか、正確に何を知りたいのか、具体的な問いから出発した方が、漫然と勉強するよりも理解が深まることが多い(「求めよ、さらば与えられん」?)。企業では時にオン・ザ・ジョブ・トレーニングという言葉が使われるようだが、物理学者が数学を勉強する上でもこのような実地志向は有用だ。

数学はしばしば一般性を志向するが、物理への応用では、むしろ限られた具体例をしかし深く理解することが必要になることが起こるので、一般論は全部すっ飛ばして、簡単な定義を理解したら幾つかの具体例を手を動かして計算するべきかもしれない。

最近では計算機が発達したので、数式処理で実験してみるのも楽しい。僕の経験でも、一般的な公式を見つけようといつまでも悩んでいたところ、思い切って力技で最初の20項ぐらい計算して見たら、パターンが自ずと分かったこともある。21世紀に生きるものの特権である。

数学では主張がはっきりしているので、必要な定義と定理さえ(必要ならば遡って)おさえれば主張をかなり正確に理解できる。これはプログラミングで言うところのオブジェクト指向のようなもので、証明の中身を完全にブラックボックスにしておいても、応用上は問題なく使うことができる。このためには、物理語と数学語の翻訳が必要なものもある。また、数学で示された結果が、物理の興味のある問題に適用できるかどうかは注意が必要だ。物理理論ではしばしば数学に至る以前

に単純化やモデル化、近似と言ったステップが入っているんで、それらのステップを踏み間違えればいくら数学が正しくても物理としては失敗である。

研究は深めていくものなので、数学のブラックボックスの中にまで立ち入ることが必要なことがある。そういう時は数学の証明をフォローするのももちろん一つの方法だが、あくまでそれは数学的な理解なのだから、それだけで満足してしまわないことが重要だ。数学に頼りすぎずに、自分の物理的直観を頼りに、「梯子を取り払って」(基本的な用語などは除くとして)全ての議論を物理の言葉で腑に落ちるように再構成できるか?

もちろん、最先端の研究の現場でこれを実行するのは簡単なことではないが、物理としての独立な理解が得られれば、数学そのものの理解にも役立つはずだ。ウィッテンがチャーン・サイモンズ理論を結び目のジョーンズ多項式に応用して大きな成功を取めたのは、彼が既存の数学を単に物理に応用・翻訳したからではなく、数学者の思いもつかなかった方法で物理のアイデアに基づいて数学を説明しきってみせたからだ。

最後に、数学についてわからないことがあったら数学者(数学科の友人)に教えてもらうのが一番だ。彼らが答えを知っているかどうかは分からないが、きっと誠実に答えてくれるはずだ。「数学は文化」なのだから、怖れることなく対話に踏み込んでいきたい。

言語は人間が他者と意思を伝達するためのツールであるが、同時にそれは我々の世界観にフィードバックを与え、その一部となっていく。「言語」としての数学も同じだ。物理学にとっての数学は単なるツールではなく、物理学者が自然界をどう捉えるか、その自然観・世界観の核をなすものといっても過言ではないだろう。数学とどう付き合っていくか、いつになっても物理学者は問い続けなければならない。なぜなら、物理学者が数学に向き合う時、それは物理学者が物理学に、そして自分自身に向き合う時でもあるからだ。

(やまざき・まさひと, 東京大学カブリ IPMU)