No.

Date

現代物理学入門 '23 S1+S2 セメスター 月曜 5限

Part I: 渡利 4/10, 4/17, 4/24 6/19, 6/26

Part II: 今井 5/1, 5/8, 5/15 7/3, 7/10

Part III: 三部 5/29, 6/5, 6/12 7/24, 7/31

5/22: 理学部交歓会 @小石川
7/17: 休日

成績評価: 各教員が 30点満点の課題を出す。
合計点 30/90 以上 ⇒ 優, 良, 可 のいずれか
未満 ⇒ 不可 or 未受験

渡利担当分: レポート課題を 40点満点くらいで出して、30点以上は切り捨て。
締切は 7月下旬か 8月上旬、東大 ITC-LMS 経由で。 @ITC-LMS'
レポートは返却しないので、必要なら手もとにコピーを残すこと。
Teaching Assistant の割当はなし。講義終了後、その場で
オフィスアワーとする。

予定 | 超弦理論と一般場の理論の研究のおはなし

- 第1週 [4/10] 弦理論の源流: 双対共鳴模型
- 第2週 [4/17] 弦理論の定式化 どこまでできているか?
- 第3週 [4/24] 場の理論の一般論として何を研究するか?
- 第4週 [6/19] 弦理論という道具で数学を見る。
- 第5週 [6/26] 素粒子物理、初期宇宙論を弦理論の譲で捉える。

PLUS

第一週：弦理論の源流：双対共鳴模型.

§1 幾何光学と二体散乱

復習：光子が物質中を伝播するときの波動関数

$$\psi(t,x) = e^{-i\omega t} e^{ikx + i\int^x dx'(\Delta(x',\omega) + i\Gamma(x',\omega))}$$

Δ と Γ は実数値.

物質を通過することで位相が $\int^x dx' \Delta(x',\omega)$ だけずれる。

波動関数が $\times\left(e^{-\int^x dx' \Gamma(x',\omega)}\right)$ 倍に小さくなる。

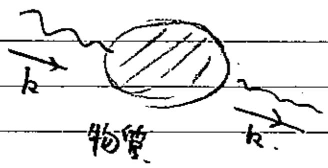
$(\Gamma \geq 0)$

$(\Delta + i\Gamma)(\omega)$ が ω に関して解析的であるならば

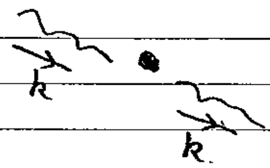
分散関係がなりたつ。

$$\boxed{(\Delta + i\Gamma)(\omega) = \frac{1}{2\pi i}\int dz \frac{(\Delta + i\Gamma)(z)}{z-\omega}}$$

光子が局在系（核子、原子、分子、素粒子 etc.）と散乱するなら...



物質



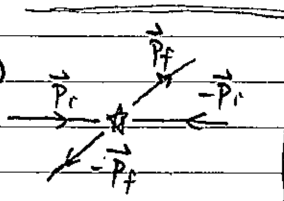
$M(\omega) := \int^x dx' (\Delta + i\Gamma)(x',\omega)$

の方が「良い」量

散乱振幅と呼ぶ.

量子力学で2ツの粒子の弾性散乱を扱う場合

$$X_1(E_1, \vec{p}_i) + X_2(E_2, -\vec{p}_i) \longrightarrow X_1(E_1, \vec{p}_f) + X_2(E_2, -\vec{p}_f)$$



散乱振幅 $M(E_1+E_2, \vec{p}_f - \vec{p}_i) :=$

$\langle$テスト状態 @$t=t_f$ | 初期状態の時間発展したもの @$t=t_f\rangle$

これの $\vec{p}_f = \vec{p}_i$ 版が（前方散乱振幅）前述の $M(\omega)$ にあたる。

弾性散乱以外も扱うには、場の量子論が必要、とは言っても....

状態の空間（Hilbert空間）は いろいろな粒子数の状態からなる。

重ね合わせの原理、unitaryな時間発展（確率の保存）は、そのまま成り立つ。

（孤立系なら）

2粒子からなる状態による部分空間 $\subset$ Hilbert空間 で $M(E_{CM}, \Delta\vec{p})$ を def してよい。

$\mathrm{Im}\, M(E_{CM}, \Delta\vec{p} = \vec{0}) \propto$ total cross section は $n \geq 2$ 粒子終状態を含む。

No.

Date ②

§2 ハドロンの発見、Regge軌道

$\pi^\pm$ ('47) $K^\pm, K^0$ ('47) 宇宙線

$\boxed{B=1}$ $S\neq 0$ Λ $(S=-1, I=0)$ Σ $(S=-1, I=1)$ Ξ $(S=-2, I=\frac{1}{2})$ ('52)

$\boxed{B=-1}$ $\bar{p}$ ('55) ← 加速器

ρ meson, ω meson ('61)

770 ~ 790 MeV

実験により、ハドロンが続々と発見された。

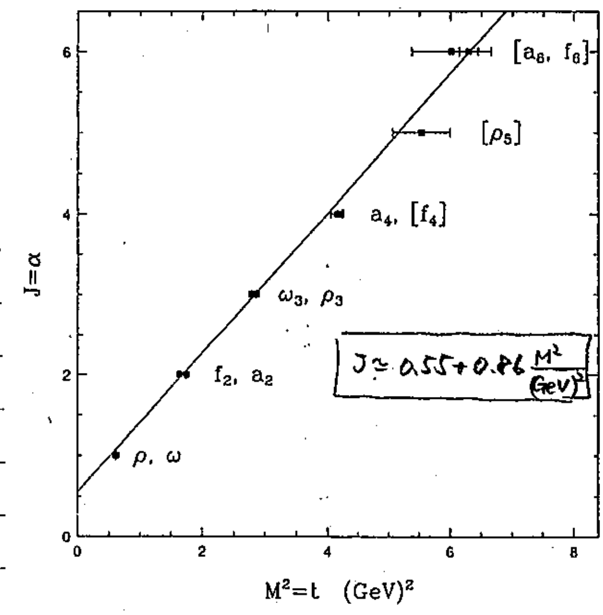


Fig. 1.6. The Chew–Frautschi plot.

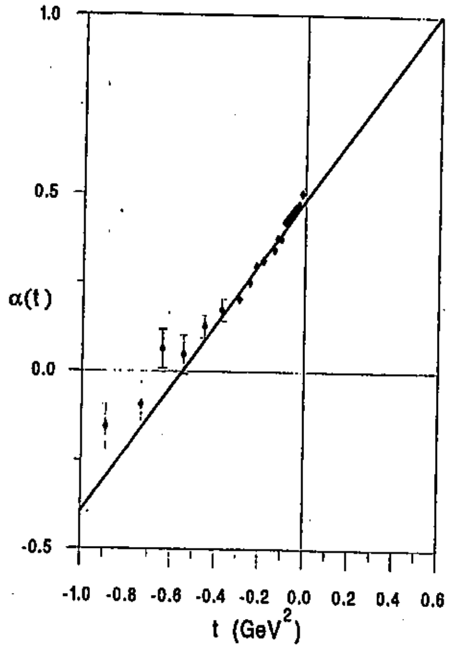


Fig. 1.7. $\alpha(t)$ obtained from $\pi^- p \to \pi^0 n$ data in the pion energy range 20.8–199.3 GeV by Barnes *et al.* (1976). The straight line is obtained by extrapolating the trajectory of Fig. 1.6 (see Eq.(1.20)).

ρ : $I=1$ $J=$ odd $P:-$

a : $I=1$ $J=$ even $P:+$

ω : $I=0$ $J=$ odd $P:-$

f : $I=0$ $J=$ even $P:+$

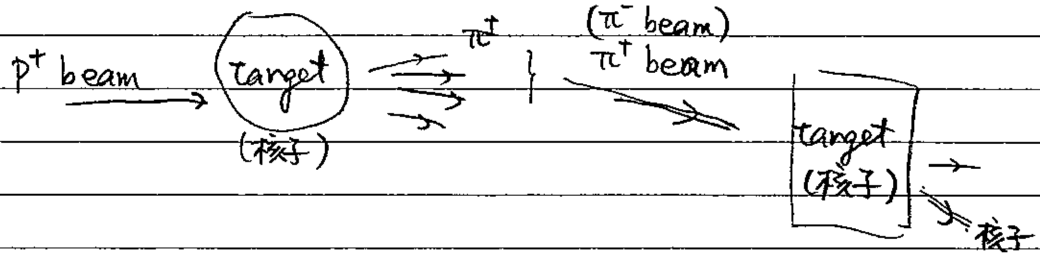
(Forshaw & Ross "Quantum Chromodynamics and the Pomeron" p.14, p.15)

☆ Wikipedia "List of mesons" https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_mesons

☆ PDG@KEK. https://ccwww.kek.jp/pdg/2020/reviews/contents-sports.html

⇒ "Naming scheme for hadrons" 5 page の review

§3 π + N → π + N 弾性散乱

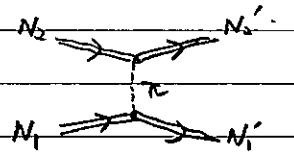


弾性散乱 (π+N→π+N) の $d\sigma_{el}$

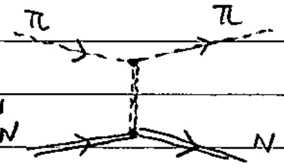
全散乱断面積 $\sigma_{tot} = \left(\int d\sigma_{el}\right) + \sigma_{inel}$ π+N → (anything)

→ $\mathrm{Im}\,\mathcal{M}$ (π+N→π+N)

π中間子交換による核力



中間子交換による散乱



Coulomb力 $e^- + p^+ \to$ 同. $\boxed{\mathcal{M} \sim \frac{\alpha_e}{|\vec{q}|^2}}$ Fourier transform $\left(\frac{\alpha_e}{r}\right)$

π交換 N+N $\boxed{\mathcal{M} \sim \frac{\alpha_g}{|\vec{q}|^2 + m_\pi^2}}$ $\left(\frac{e^{-m_\pi r}}{r}\right)$

spin-J 交換 $\boxed{\mathcal{M} \sim \frac{\beta \left(s/\Lambda^2\right)^J}{-(q^0)^2 + |\vec{q}|^2 + m^2}}$ (?)

@高重心系エネルギー $\sqrt{s}$

$t := (q^0)^2 - |\vec{q}|^2$

(**1-a)

Regge Trajectory 上の中間子交換の和

$$\mathcal{M} \sim \sum_J -\beta \frac{\left(s/\Lambda^2\right)^J}{(t - m_J^2)}$$

Jの和は、$t \sim m_J^2$ なあたりのJがよく効く (**1-b)

$$\boxed{-\beta \left(\frac{s}{\Lambda^2}\right)^{(\alpha' t + a)} \sim \mathcal{M}(s, t)}$$

重心系エネルギー　運動量移行

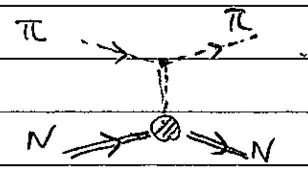
$\boxed{\alpha' m_J^2 + a \simeq J \text{ の関係}}$

$$\boxed{\frac{d\sigma_{el}}{dt} = \frac{1}{16\pi s^2} \left|\mathcal{M}(s,t)\right|^2 \propto s^{2(\alpha' t + a)}}$$

弾性散乱のデータ (左辺) を、右辺 "$\alpha' t + a$" でfitしたのが §2 の "Fig.1.7"

いいかげんなところのある (例 **1-a) ギロンだけど、データをよく説明する。

§4. 全断面積 と Pomeranchuk−Regge 散乱振幅 と和則



$N=\begin{pmatrix}p^+\\ n^0\end{pmatrix}$ isospin $=\frac{1}{2}$.

交換される粒子 $\in \frac{1}{2}\otimes\frac{1}{2} = 1\oplus 0$

$\pi=(\pi^+,\pi^0,\pi^-)$ isospin $=1$.

$1\otimes 1 = 2\oplus 1\oplus 0$.

π+N→π+N 散乱振幅は 4成分ある。 $A'^{(+)}, B^{(+)}, A'^{(-)}, B^{(-)}$

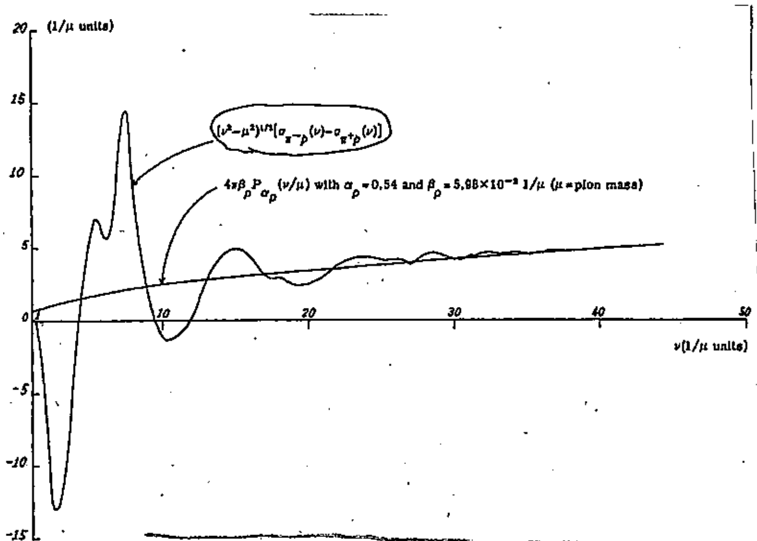
全て s と t の関数。 $\left\{\begin{array}{l} + : I=0 \text{ 交換} \\ - : I=1 \text{ 交換}\end{array}\right\}$ $\left\{\begin{array}{l} A' : N \text{ の spin flip せず} \\ B : N \text{ の spin flip する}\end{array}\right\}$

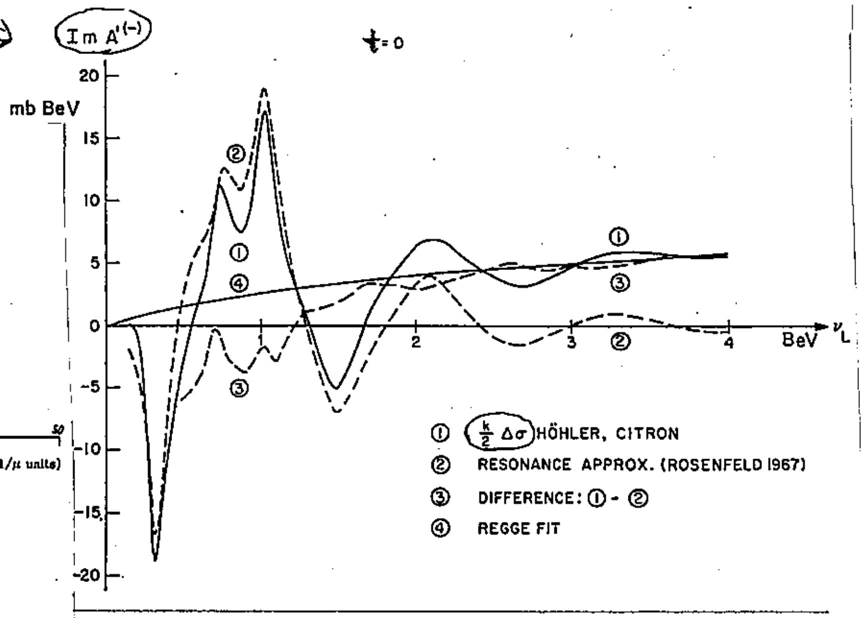
☆ I=1 の成分を抽出するには $\left(d\sigma(\pi^-+p^+) - d\sigma(\pi^++p^+)\right)$ や $d\sigma(\pi^-+p^+\to\pi^0+n)$ を用いる。

☆ 全断面積 $\propto \mathrm{Im}\left(A'^{(\pm)}(s,t=0)\right)$　　$B(s,t=0)$ は効かない。

詳細は Chew Goldberger Low Nambu Phys. Rev. 106 (1957) 1337 §2
Singh Phys. Rev. 129 (1963) 1889 §IV

Dolen Horn Schmid Phys. Rev. 166 (1968) ⇒
Igi Matsuda Phys. Rev. Lett. 18 (1967)





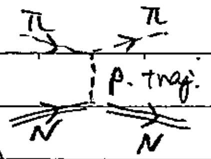
$\boxed{\nu=\nu_L : \text{Lab系 } \pi \text{のエネルギー} \quad (s = M_N^2 + m_\pi^2 + 2M_N\nu)}$

$\boxed{\mu = m_\pi \simeq 130\text{ MeV}}$　$\boxed{\text{BeV : 今は GeV と言う}}$　billion $=10^9$ (米語)

$(1\text{ mb GeV})\times m_\pi \simeq 10^{-3}\times 0.13\text{ b GeV}^2 = 0.13\times10^{-4}\times(\text{fm GeV})^2 \simeq 0.01\,\frac{(0.2\text{ fm GeV})^2}{0.04} \sim \frac{1}{4}(\hbar c)^2.$

(右図の縦軸 ×2) $\times\left(\frac{1}{4}\right)$ ⇒ (左図の縦軸)

π+N → π+N 散乱振幅の虚部は?



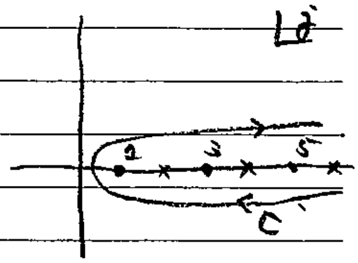
$$M \sim \sum_j \frac{(s/\Lambda^2)^j \beta}{t - m_j^2 + i\varepsilon} \sim \left(\frac{s}{\Lambda^2}\right)^{\alpha' t + a}$$

$a \simeq 0.55.$

・大 s で 虚部も 大きくなるはず

{ 少なくとも 弾性散乱 $\sigma_{el} \in \sigma_{tot}$.
{ 分散関係 $M(s) \sim \frac{1}{2\pi i}\int ds' \frac{M(s')}{s'-s}$

$Re(M(s,t))$ のみ 大 s (fixed $t \sim 0$) で 増大し、$Im(M(s,t))$ が 小さいまま とは考えにくい。



$$\sum_j^{odd} \frac{(s/\Lambda^2)^j}{t-(j-a)/\alpha'} = -\int_{C'} \frac{dj}{4i}\left(\frac{-1+e^{-\pi i j}}{\sin(\pi j)}\right)\frac{(s/\Lambda^2)^j \beta}{t-(j-a)/\alpha'}$$

$$\sum_j^{even} \frac{(s/\Lambda^2)^j}{t-(j-a)/\alpha'} = -\int_{C} \frac{dj}{4i}\left(\frac{1+e^{-\pi i j}}{\sin(\pi j)}\right)\frac{(s/\Lambda^2)^j \beta}{t-(j-a)/\alpha'}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{2}\beta\alpha' \frac{\mp 1 + e^{-\pi i \alpha(t)}}{\sin(\pi\alpha(t))}\left(\frac{s}{\Lambda^2}\right)^{\alpha(t)}$$ (Pomeranchuk − Regge 振幅)

$$\alpha(t) = \alpha' t + a$$

s, t, j 全てにつき 無用の singularity のない 解析関数で与えられた ansatz.

$\boxed{\text{虚部} \sim \left(\frac{s}{\Lambda^2}\right)^{\alpha(t)}}$ となる.

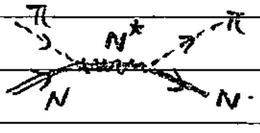
この Pomeranchuk − Regge 振幅で $\sigma_{tot}^{(-)}$ @ $s \gg (\mathrm{GeV})^2$ 領域は よく fit できた。

$s \sim O(\mathrm{GeV}^2)$ 領域では?

説1 $M = \sum_i M_{P.R.(\alpha_i, a_i)}(s,t)$ ($J = \alpha_i m_J^2 + a_i$ trajectories. i でラベル.)

Pomeranchuk − Regge 振幅のみ、単に $s \sim \mathrm{GeV}^2$ では 展開近似が 悪い.

説2 干渉 モデル $M = \left(\sum_k \frac{c_k}{s - M_k^2}\right) + \sum_i M_{P.R.(\alpha_i, a_i)}(s,t)$



⇑ $N = \binom{p^+}{n^0}$ の励起状態への共鳴.

説1 を仮定し 和則

$$\frac{1}{N}\int_0^N \mathrm{Im}(M(s,0))\,ds = \sum_i \frac{\beta_i N^{a_i}}{\Gamma(i+2)}$$ が導かれる。

Dolen Horn Schmid , Igi Matsuda, Igi Phys.Rev.Lett. 9 (1962)

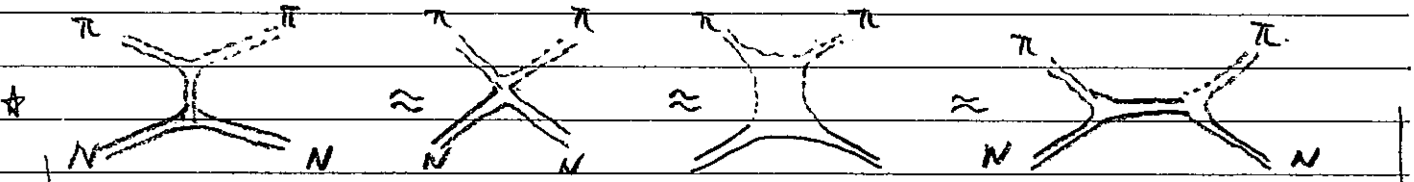
↑ §II. よみやすい導出

左辺に σ_{tot} を使った値が、右辺の数値とよくあう。

説2 は double counting をしているらしい。

⇒ $\boxed{\text{s-t duality}}$ t-channel での粒子交換の効果は、s-channel 共鳴の効果を完全に含んでいる。逆もまた然り!

§5 双対共鳴模型(弦理論)

★ 

t-channel 交換　　という直観的な描像　　s-channel 交換

★ 散乱振幅の ansatz $M \sim \dfrac{\Gamma(\alpha(t))\,\Gamma(\alpha(s))}{\Gamma(\alpha(t)+\alpha(s))}$ Veneziano 振幅。

s-t duality を持つ (s,t) の関数を「手で」書いた。

この関数、実は、Pomeranchuk-Regge 振幅の性質をよく持っています。

(⇒ レポート課題にします。準備中)

★「$R^{3,1}$ の中を、張力をもった弦が動く。」という系の量子論を調べる。

◎ 量子状態のスペクトル:無限個の Regge trajectories (スピンと質量の関係)

◎ 量子状態の散乱振幅:Veneziano 振幅が結果として得られる。