

2022年度「現代物理学」レポートに関するコメント

担当教員: 立川裕二 2022/8/20

思いがけず170人ぐらいレポートを提出してくれたので採点は大変でしたがなかなか面白かったです。皆さん色々な参考文献を教えてくださいました。ネット上で公開されているもので良く引用されていたのは(順不同):

- 弘前大、葛西先生 [相対論の理解とその周辺](#)
- どなたかわかりませんが [物理のページ](#)♥
- また、こちらは有名ですが [EMAN の物理学](#)

です。(赤字はウェブページへのリンクになっています。)

また、ネットで無料のものを検索するのは簡便ですし、最近はそれでも随分良質のものが手に入りますが、折角大学というお金のかかるものに課金しているので、図書館や、有料の原著論文なども見る習慣をつけてはどうでしょうか。

講義ノートの誤植の指摘も有り難うございました。いずれ全部のファイルをまとめて、文献を追加したものを準備する予定なので、その際に反映させたいと思っています。

課題 1

雨が真上から降っているのを電車内から眺めると、前方から降っているように見える。この特殊相対論版として、あなたが z 軸方向に速さ $v < c$ で動いているとき、 z 軸に対して角度 θ をなす方向からくる光はより前方 θ' から来るように見える。 θ' と θ の関係を v を用いてあらわせ。

これを間違えている人が 1/3 ぐらい居ました。三問やったので良だと思っていたら可になったひとが沢山いたのではないかと思います。

一応愚直な計算による解答を書いておきます。時空の座標を (ct, x, y, z) とします。 z 軸と θ をなす角度で飛んできて原点をとる光は a をパラメタとして

$$(ct, x, y, z) = (-a, 0, a \sin \theta, a \cos \theta) \quad (1.1)$$

というパラメタ表示を持ちます。さて、 z 方向に速度 v で動いている系へのローレンツ変換は

$$\begin{pmatrix} ct' \\ z' \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{c^2 - v^2}} \begin{pmatrix} c & -v \\ -v & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ z \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

で与えられました。実際、 (ct, z) 座標系で速度 v で動いていると $(ct, z) = (ca, va)$ という座標を通ります。これを上式に代入すると $(ct', z') \propto (1, 0)$ となって、止まっていることがわかります。そこでこの変換を (1.1) に作用させると

$$(ct', x, y, z') = a \left(-\frac{c + v \cos \theta}{\sqrt{c^2 - v^2}}, 0, \sin \theta, \frac{v + c \cos \theta}{\sqrt{c^2 - v^2}} \right) \quad (1.3)$$

となるが、これが

$$(ct', x, y, z') \propto (-1, 0, \sin \theta', \cos \theta') \quad (1.4)$$

になるので、

$$\cos \theta' = \frac{v + c \cos \theta}{c + v \cos \theta} \Gamma \quad (1.5)$$

もしくは

$$\tan \theta' = \frac{\sqrt{c^2 - v^2} \sin \theta}{v + c \cos \theta} \quad (1.6)$$

となる。 v の符号がこれと反対になっているものは○にしてあります、問題文が明確でなかったですから。作図して導出しようとした人はあいにくほとんど間違っていました。

式 (1.5) からわかるように、 $v \rightarrow c$ で $\theta' \rightarrow 0$ 、すなわち、前方に光速に近い速度で走ると、周りのものが全部前のほうに見えます。この効果は相対論的光行差と呼ばれます。これをパソコン上でみせてくれるウェブサイト/ゲームソフトを紹介してくださった学生さんも居ましたので共有しておきます: Ghent 大が LUCA School of Arts と組んで作った [Captain Einstein](#) と MIT Game Lab の [A Slower Speed of Light](#) です。また、阪大の尾田さんと中山さんが2015年につくった、特殊相対論効果を取り入れた3D(4D?)シューティングゲームもあります: [相対論的ゲーム部](#)。解説のスライドは[こちら](#)。

課題 2

講義では特殊相対論的および一般相対論的な時計の進み/遅れを議論した。自分でいくつ状況を考えて、自分なりに納得いく精度まで具体的に計算してみよ。例としては、旅客機で遠くまで旅行する場合、高い塔の上、GPS 衛星やそれに類する衛星の場合はどうだろうか。また、遠い未来にスペースコロニーがあるような世界で、コロニー住人と地球表面住人を比較するとどうなるか、月に基地があるばあいにはどうなるだろうか。

いろいろなケースを皆さん考えてくれました。飛行機の行き先がかなりの確率でご実家になっていましたが、恋人の住む町というケースもありました。重力の効果としては、エベレスト、チャレンジャー海淵などは想定していましたが、[チンボラソ山](#)という僕の知らない山もありました。とくに面白かったケースとしては、

- 浦島太郎が竜宮城での短い滞在時間で地上で長い時間が経ったのは竜宮城は実は高速で飛行する宇宙船だったのである。これから宇宙船の速度を逆算する、というのが何と二人も居ました。
- エヴァンゲリオン新劇場版でシンジ君が十四年間軌道上に居た際にどれだけ年齢が、という人もありました。これに関して東京都立大学システムデザイン学部航空宇宙システム工学コース・宇宙システム研究室の [エヴァンゲリオン新劇場版：Q 冒頭6分38秒宇宙考証の解説](#)というのを教えてもらいました。
- 孫悟空について考えた人も二人いました。ひとりはドラゴンボールで界王星から戻ってくる際。もうひとりは西遊記でお釈迦様の手の平のなかを跳び回ったときに関してです。後者に関しては色々な古典の文献を駆使して手の平のサイズを推察するところ等、抱腹絶倒でした。

しかし、ドラゴンボールもエヴァンゲリオンも、僕が小学校～高校のころの漫画/アニメなわけですが、皆さん古典的な漫画/アニメもよくご存知でびっくりしました。もちろん、より最近の漫画/アニメの状況を取上げてくださった方も居ましたが...

課題 3

特殊相対論および一般相対論的な時計の進み/遅れに対する実験的検証の論文をひとつみつけて読み、それについて簡潔に解説せよ。

皆さん色々な文献を読んでもくれました。ただしまだ若いためレポートしぐさをご存知無い方も多かったです(そういう作法を教える講義があって然るべきだと思いますが)。

- 読んだ文献を明示する。(文献情報内の著者、タイトル、巻号、年、等の順番は業界に依りますのでまあいいのですが、読んだ文献の内容だけ書いてあって文献情報が全く無いのは困ります。)
- プレスリリースを読むだけでなく、プレスリリースのもとになった原著論文を読みましょう。

紹介してくれた論文は(漏れがあるかもしれませんが)以下の通りです。古いものから新しいものへ並んでいます。

Pound and Rebka, “Gravitational Red-Shift in Nuclear Resonance”, *Physical Review Letters* **3** (1959) 439.

Hafele and Keating, “Around-the-World Atomic Clocks: Predicted Relativistic Time Gains”, *Science* **177** (1972) 166.

Hafele and Keating, “Around-the-World Atomic Clocks: Observed Relativistic Time Gains”, *Science* **177** (1972) 168.

佐分利, “周波数・時間計測における相対論効果”, *情報通信研究機構研究報告* **29** (1983) 55.

細川 et al., “パルサータイミングにおける重力遅延効果”, *通信総合研究所季報* **45** (1999) 151.

Bertotti et al., “A test of general relativity using radio links with the Cassini spacecraft”, *Nature* **425** (2003) 374.

細川, “時間・周波数標準における相対論効果”, *情報通信研究機構研究報告* **49** (2003) 15.

中村, “カーナビと相対論”, *日本物理学会誌* **60** (2005) 741.

Reinhardt et al., “Test of relativistic time dilation with fast optical atomic clocks at different velocities”, *Nature Physics* **3** (2007) 861.

Shen et al., “A proposal on the test of general relativity by clock transportation experiments”, *Advances in Space Research* **43** (2009) 164.

Chou et al., “Optical Clocks and Relativity”, *Science* **329** (2010) 1630.

Ciufolini et al., “A test of general relativity using the LARES and LAGEOS satellites and a GRACE Earth gravity model”, *Eur. Phys. J. C* **76** (2016) 120.

Fateev et al., “Experimental Measurement of Gravitational Time Dilation Using Transportable Quantum Clocks”, *Measurement Techniques* **59** (2016) 402.

山本, “LIGO による重力波検出と一般相対性理論”, *物理教育* **64** (2016) 87.

高本 et al., “光格子時計の遠隔周波数比較による標高差計測”, *応用物理* **86** (2017) 972.

Takamoto et al., “Test of general relativity by a pair of transportable optical lattice clocks”, *Nature Photonics* **14** (2020) 411.

課題 4

シュワルツシルト解の導出を自分なりに繰り返し、レポートを読む側に説得力のあるとあなたが考えるだけ計算過程を記述せよ。計算過程に数式処理ソフトを使った場合はプログラムのファイルを別個添付してもよい。

手計算をしてくれた人が大部分でした。Mathematica でやった人も居ました。僕の知らなかったところでは SymPy の重力用の **GraviPy** というのがあるようで、それでサッとやってくれた人もいました。

課題 5

回転しているブラックホールを記述する *Kerr* 解、電荷をもった *Reissner-Nordström* 解、回転して電荷を持った *Kerr-Newman* 解というものも知られている。このうち幾つかについて、それらを導出する、もしくは、知られている解から出発してそれが一般相対論の方程式を満たすことを確認せよ。

Newman-Janis の方法という、回転の無いブラックホールの解から回転のあるブラックホールの解をつくる方法を説明してくれた方が散見されました。冒頭で紹介した [物理のページ](#) ♥ でやってあるからだと思います。

また、Nikolić-Pantić, “A Possible Intuitive Derivation of the Kerr Metric in Orthogonal Form Based On Ellipsoidal Metric Ansatz”, [arXiv:1210.5922 \[gr-qc\]](#) を解説してくれた人もいました。

課題 6

講義では、ブラックホールについて、その地平面の半径、温度、エントロピーなどを学んだ。色々な質量のブラックホールについてそれらの量を計算せよ。簡単のため角運動量は無く、シュワルツシルト解を使ってよい。地平面を横切ってから、 $r = 0$ の特異点ですり潰されるまでの時間を計算するのも面白いだろう。例としては、地球質量、太陽質量、銀河中心のサジタリウス A*, 重力波で衝突が観測された遠方のブラックホールなど。また、ちょうど温度が現在の宇宙背景放射温度ぐらいになるもの、ちょうど今ごろ蒸発しおわるであろうものを考える、などでも良い。

これも色々なケースを考えた人がいました。皆さんブラックホールの質量に関しては Wikipedia から情報を取ってくる等していた人が多かったですが、銀河中心のブラックホールに関して原論文に遡って調べてくれた方がいたので文献を紹介しておきます:

Gillessen et al., “An Update on Monitoring Stellar Orbits in the Galactic Center”, *Astrophysical Journal* **837** (2017) 30.

課題 7

何かモノが非常に圧縮されてブラックホールになったとする。このときにエントロピーはどれくらい増加するだろうか? 具体的な例を考えて、自分が納得する精度まで、計算してみよ。例: 巨大な星の超新星爆発、中性子星の合体、地球と同じ質量のブラックホールを比較、など。(もとのモノのエントロピーを自身が納得するように計算するほうが大変だと思われる。)

すでに問題文に書いた通り、物質のエントロピーを計算するほうが大変です。ネットで検索すると出てくるからでしょうか、

原 et al., “自己重力系のエントロピーについて”, 京都産業大学論集, 自然科学系列 41 (2012) 19. <http://hdl.handle.net/10965/790>

を参考文献にしていた人が何人か居ました。砂糖の固まりを考えてくれた人がいて、その方は

Putnam and Boerio-Goates, “Heat-capacity measurements and thermodynamic functions of crystalline sucrose at temperatures from 5 K to 342 K”, *Journal of Chemical Thermodynamics* 25 (1993) 607.

という論文をあげていました。化学は全く疎いので、そういう論文雑誌があることすら知りませんでした。

課題8,9,10に関しては特にありません。

課題 11

その他、なんでも講義の内容に多少関係ありそうなことなら数ページ程度にまとめてレポートにしてくれても結構です。

課題 12

また、講義の内容にほとんど関係なさそうでも、知的に興味深いことであれば数ページ程度にまとめてレポートにしてくれても結構です。

いくつか他の学生さんに紹介しようと思ったものを列挙します。まず、Interstellar の解説記事を紹介してくれた人がいました: [On The Science of Interstellar](#)。

また、Hawking 輻射や Penrose 過程(回転するブラックホールからエネルギーを取り出す方法) と理論的にはほぼ同じ効果を重力でなくてもっと身近な系で実現する、という方向性を紹介してくれた人が数人いました。文献は:

Steinhauer, “Observation of self-amplifying Hawking radiation in an analogue black-hole laser”, *Nature Physics* 10 (2014) 864.

Cromb et al., “Amplification of waves from a rotating body”, *Nature Physics* 16 (2020) 1069.

Modugno, “The life of an analogue black hole”, *Nature Physics* 17 (2021) 300.

また、時間という概念について考察を加えてくれた人も居ました:

筒井, “時間および時間概念の発達について”, *科学基礎論研究* 15 (1982) 193.

竹内, 丸山, “慣用的時間概念理解の発達”, 愛知教育大学研究報告 49 (2000) 103. <http://hdl.handle.net/10424/583>

また、トンデモ文献を紹介してくれた人もいました。相対論はトンデモさんが沢山おり、それぞれのトンデモさんがどこでつまづいているかを観察するのは興味深くはあります。以前僕がポストクの時にトンデモさんから電話が掛かってきた話は以前 twitter に書きました。講義に参加した学生さんが紹介してくれたのは:

- 仲座栄三研究室

この方は環境工学が御専門の琉球大学の方だそうです。相対論に関するご主張は、これまでの相対論の式や、理論を支持する実験結果はどれも間違っていないが、通常の教科書等にある解釈が全然間違っている、というもののようです。これは非常に微妙な立場で、僕は数式から実験結果が説明できるのであれば解釈はなんでも良いという立場ですので、まあ通常の教科書の解釈でもこの人の解釈でもいいのでは、と思います。ただし、相対論を通常研究している人は、通常の解釈をつかって会話しますので、この人の解釈に基づいて喋ると話が通じ難くなるという問題はあります。実験結果に関しては意見の相違は生じないでしょうが。

- 相対論的GPS解説の根本的誤り、カーナビの相対論的效果はウソ という一連のページを含むウェブサイトも紹介してもらいました。GPSの仕組みに関しては色々正しいことも書いており、専門家が一般向けにGPSにおける相対論効果について説明するために簡略化しすぎたために嘘になっている点を正しく指摘していたりもします。が、相対論が論理的に間違っているというのはどうかな、と思います。

講義の最初数回で強調しましたが、少なくとも我々の想像の世界のなかで、特殊相対論に従う物理系を考えるのには何も問題はありませぬ。それと実際の実験が合致するかというのは別問題ですが、で、特殊相対論にかんするトンデモさんは大抵の場合特殊相対論に論理的問題がある、というのです。これは困ります。

課題 13

近年大学のレポート問題といえば Wikipedia からコピペをするのが問題になっているようであるが、Wikipedia に情報を付加するのであれば文句はないだろう。というわけで、日本語もしくは英語もしくはあなたの好きな言語の Wikipedia の、今回の講義に関係しそうな項目について、既存記事を改良するなり、新規記事を書くなりせよ。Wikipedia は特定の編集に関してのリンクを表示することが出来るので、自分の編集がどれかを明記すること。

この課題は毎回出しているのですが、前回出した際に Wikipedia:教育プログラムでウィキペディアを執筆する際の注意点というのを twitter 経由で指摘されました。これは、Wikipedia 記事の執筆がレポート課題になると、Wikipedia に質が低かったり、著作権的に問題があったり、Wikipedia の作法にしたがっていなかったりする加筆が沢山追加される問題が過去何度もあったため、推奨されていることの一覧だそうです。今回も皆さんいくつか記事を書いてくださいましたが、私が更に修正する必要のあるものも散見されませぬ。まだ時間がなくてやっていませんが、八月末までにはまとめて僕のホームページからリンクを貼ろうと思います。

課題 14

ブラックホールの情報喪失問題を解決してしまったら、論文を書いて *arXiv* に投稿してください。もちろん優の上をつけます。

生憎どなたも解決してくれませんでした。