

2022年度「現代物理学」レポート問題

諸連絡:

1. 以下に沢山ある課題のうち、いくつか解答してください。
2. 成績評価は次の通りです。三つきちんと解いていれば、少なくとも良とします。優、優上が欲しい人は、追加で問題を解く、問題をより丁寧に解く、問題を拡張する、等してください。それらの出来を総合的に評価して、点数にします。(勿論、皆さんで結託して、皆最低限のみ解答することになると、全ての人に優を付けざるを得なくなりますが...そうすると、前期課程の優三割ルールを破ることになり僕は理由書を御上に提出することになります。)
3. 講義の他の参加者と共同で全部もしくは一部の問題を解いても結構ですが、その場合は学生番号何番の誰と一緒にやった/教えた/教えてもらった、等を明記してください。
4. 講義ノート以外につかった参考文献を明示して下さると、僕がいろいろと文献を知ることができて有り難いので、可能ならお願いします。
5. また、講義ノートの誤植を見つけた人はレポートに書くなどして教えてください。深刻度に応じて追加点にしたいと思います。
6. レポートは ITC-LMS から提出してください。
7. PDF ファイルか、Word ファイルか、紙に書いたのを携帯/デジカメで読めるように撮るかスキャナを使うかして画像で送るかしてください。その他のファイル形式は要相談です。
8. 手書きの人は、書き殴るのではなくて、採点する私を哀れんで、なるべく綺麗な字で書いてください。また、画像ファイルは一頁一ファイルでなく、ひとつのファイルにまとめてください。やりかたが分からない人は、検索エンジンで“jpg を pdf に変換”などを調べてみてください。
9. 締切は 2022/7/31(日)、日本時間 23 時 59 分までとします。(詳細は「科学哲学第二レポート」で検索のこと。)
10. 問題文の意味をなさないところ、おかしいと思うところがあったら、適宜正しいと思うように修正して解答してください。僕にメールで連絡してくれたら、この問題も修正します。

課題 1

雨が真上から降っているのを電車内から眺めると、前方から降っているように見える。これの特殊相対論版として、あなたが z 軸方向に速さ $v < c$ で動いているとき、 z 軸に対して角度 θ をなす方向からくる光はより前方 θ' から来るように見える。 θ' と θ の関係を v を用いてあわせ。

課題 2

講義では特殊相対論的および一般相対論的な時計の進み/遅れを議論した。自分でいくつか状況を考えて、自分なりに納得いく精度まで具体的に計算してみよ。例としては、旅客機で遠くまで旅行する場合、高い塔の上、GPS 衛星やそれに類する衛星の場合はどうだろうか。また、遠い未来にスペースコロニーがあるような世界で、コロニー住人と地球表面住人を比較するとどうなるか、月に基地があるばあいにはどうなるだろうか。

課題 3

特殊相対論および一般相対論的な時計の進み/遅れに対する実験的検証の論文をひとつみつけて読み、それについて簡潔に解説せよ。

課題 4

シュワルツシルト解の導出を自分なりに繰り返し、レポートを読む側に説得力のあるとあなたが考えるだけ計算過程を記述せよ。計算過程に数式処理ソフトを使った場合はプログラムのファイルを別個添付してもよい。

課題 5

回転しているブラックホールを記述する Kerr 解、電荷をもった Reissner-Nordström 解、回転して電荷を持った Kerr-Newman 解というものも知られている。このうち幾つかについて、それらを導出する、もしくは、知られている解から出発してそれが一般相対論の方程式を満たすことを確認せよ。

課題 6

講義では、ブラックホールについて、その地平面の半径、温度、エントロピーなどを学んだ。色々な質量のブラックホールについてそれらの量を計算せよ。簡単のため角運動量は無く、シュワルツシルト解を使ってよい。地平面を横切ってから、 $r=0$ の特異点ですり潰されるまでの時間を計算するのも面白いだろう。例としては、地球質量、太陽質量、銀河中心のサジタリウス A*、重力波で衝突が観測された遠方のブラックホールなど。また、ちょうど温度が現在の宇宙背景放射温度ぐらいになるもの、ちょうど今ごろ蒸発しおわるであろうものを考える、などでも良い。

課題 7

何かモノが非常に圧縮されてブラックホールになったとする。このときにエントロピーはどれくらい増加するだろうか? 具体的な例を考えて、自分が納得する精度まで、計算してみよ。例: 巨大な星の超新星爆発、中性子星の合体、地球と同じ質量のブラックホールを比較、など。(もとのモノのエントロピーを自身が納得するように計算するほうが大変だと思われる。)

課題 8

ブラックホールにエントロピーが無いとするとブラックホールにモノを捨てることで系のエントロピーを減らすことができるので、熱力学第二法則を破ることが出来、第二種永久機関が作れるように思われる。これについて既存文献を探すか、自分で考えるなどして、まとめること。

課題 9

講義で何度か参考にした研究者 Don N. Page はその独特の観点で有名である。彼は基礎物理定数からキリンの背丈を導出した(???)という論文も書いている。これを(批判的に)解説せよ。論文のリンクは <https://arxiv.org/abs/0708.0573>。

課題 10

$N \times N$ のエルミート行列 ρ を N 次元複素縦ベクトルで長さ 1 のもの $\vec{a}_1, \dots, \vec{a}_k$ と正の数 p_1, \dots, p_k で $\sum_{u=1}^k p_u = 1$ を満たすものを使って

$$\rho = \sum_{u=1}^k p_u \vec{a}_u \vec{a}_u^T$$

と書くことを考える。与えられた ρ に対し、このような書き方が少なくとも一つあると仮定したばあい、このような書き方の中で

$$\sum_{u=1}^k -p_u \log p_u$$

を最小にするのは、 $u \neq v$ に対して \vec{a}_u と \vec{a}_v が直交する場合であることを自分が納得する厳密さで示せ。講義ノートでは Uhlmann の [Rep. Math. Phys. 1 \(1970\) 147](#) の方法をおおまかにやったが、その詳細を書いても良いし、別の導出をさがすのもよい。

課題 11

その他、なんでも講義の内容に多少関係ありそうなことなら数ページ程度にまとめてレポートにしてくれても結構です。

課題 12

また、講義の内容にほとんど関係なさそうでも、知的に興味深いことであれば数ページ程度にまとめてレポートにしてくれても結構です。

課題 13

近年大学のレポート問題といえば Wikipedia からコピペをするのが問題になっているようであるが、Wikipedia に情報を付加するのであれば文句はないだろう。というわけで、日本語もしくは英語もしくはあなたの好きな言語の Wikipedia の、今回の講義に関係しそうな項目について、既存記事を改良するなり、新規記事を書くなりせよ。Wikipedia は特定の編集に関してのリンクを表示することが出来るので、自分の編集がどれかを明記すること。

課題 14

ブラックホールの情報喪失問題を解決してしまったら、論文を書いて arXiv に投稿してください。もちろん優の上をつけます。