

# 量子重力とワームホールの謎

山崎 雅人



THE UNIVERSITY OF TOKYO



東京大学 物理学教室 コロキウム

2025年4月11日



# 東大物理での私の研究室

## 2024年10月～



渡邊真隆助教

- 超弦理論や量子場の理論における数理的な研究を得意としています

(最先端の数学を駆使して物理の本質/原理を切り開く、逆に物理から新しい数学を生み出す)

- 分野の垣根を超えた研究に果敢に挑戦

(例えば素粒子現象論, 宇宙論, 量子情報理論, 統計力学, 物性理論, 純粋数学の諸分野)

# 研究の例：4次元の量子場の理論を使って 「解ける模型」である可積分模型の謎を解明

[Costello-Witten-MY '17, '18, '19,...]

3 (=2+1) 次元  
場の理論



結び目理論

4 (=3+1) 次元  
場の理論



可積分模型

2022年2月4日に東大物理のコロキウムでオンライン講演しました。ほぼ同じ内容の動画がYouTube (@masahito.yamazaki) から視聴できます。



山崎雅人, 「量子場の理論の数理」



Masahito ...  
2.19K...



Subscribed ▾



232



Share



15K views 1 year ago

2022年2月4日に東大理学部物理学科での談話会と同じスライドでYouTube用に再収録したものです。物理学の学生向きの内容で、できるだけ広い分野の方に視聴していただければと思っています。画面共有がうまくいかなかったので画面が一部切れてしまっていますが、スライドそ ...more





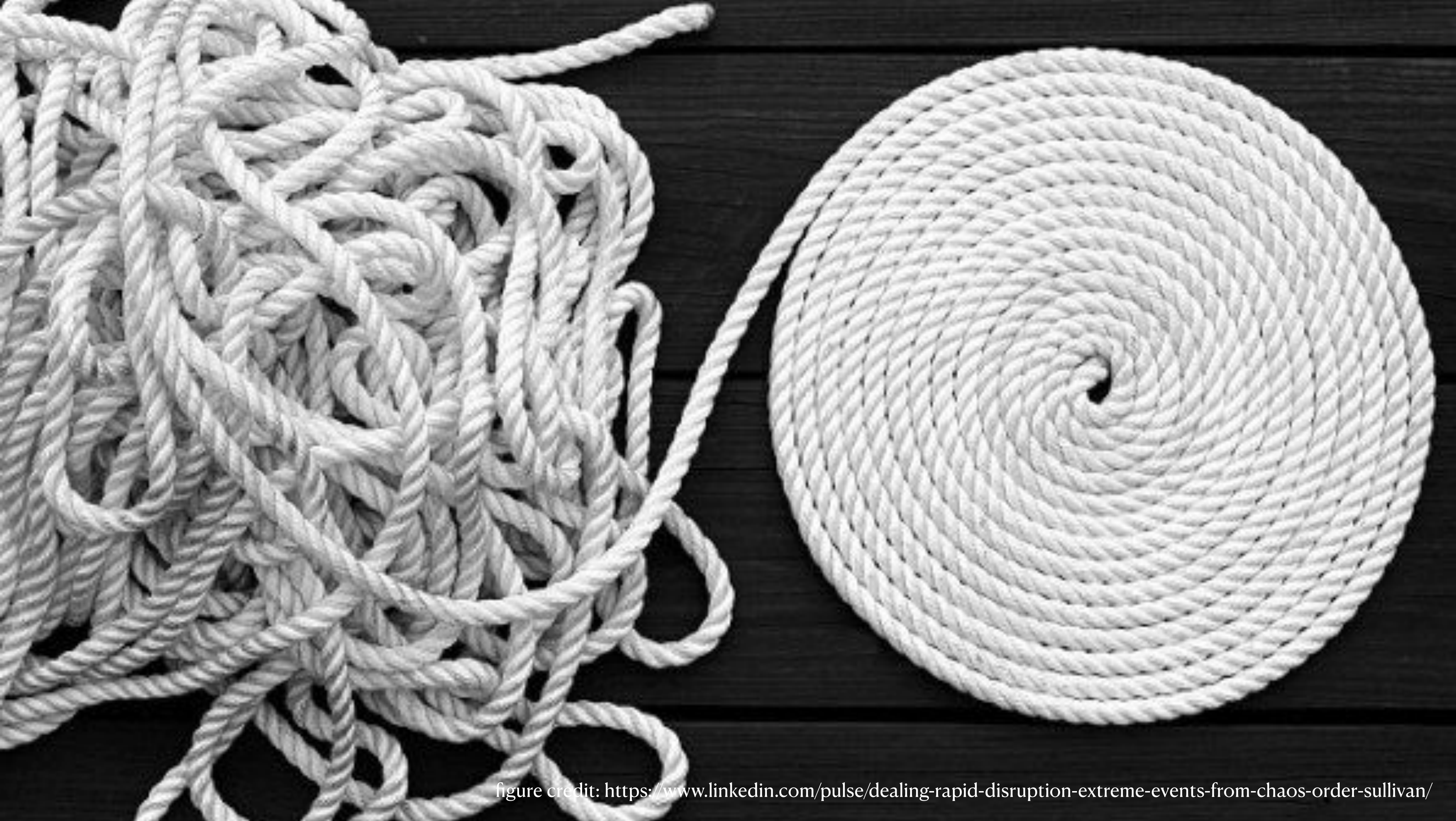
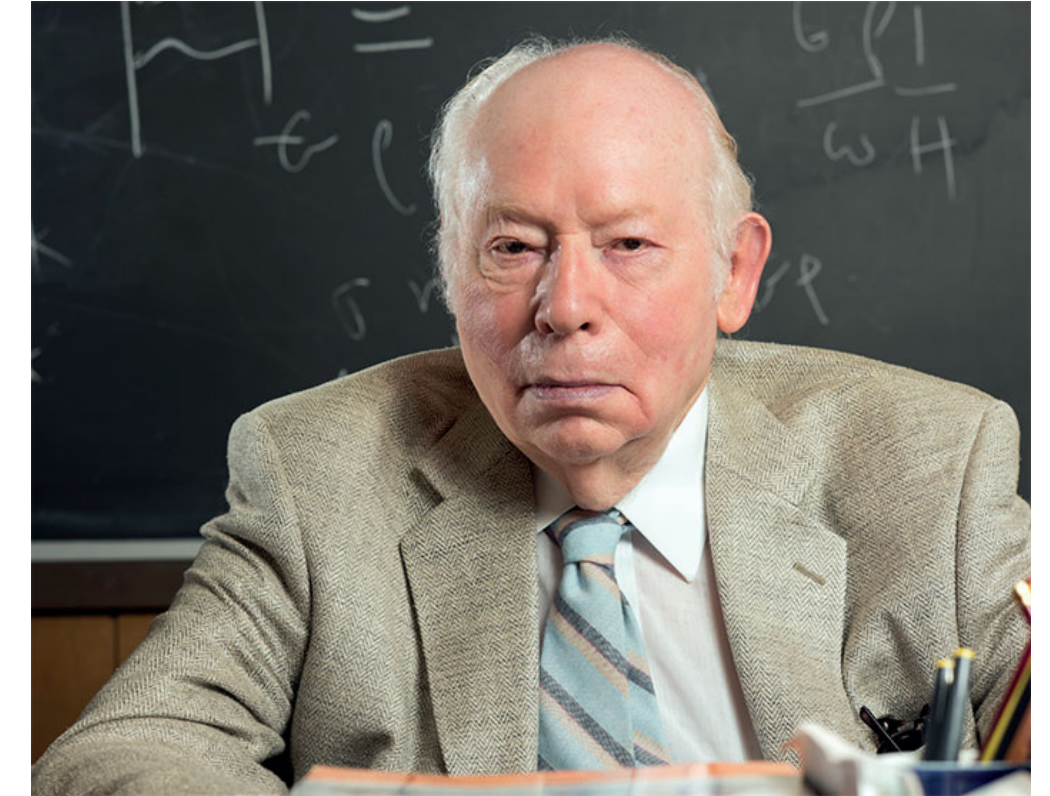


figure credit: <https://www.linkedin.com/pulse/dealing-rapid-disruption-extreme-events-from-chaos-order-sullivan/>



**Steven Weinbergの**

**”Four Golden Lessons”** [Nature, 2003]



**“Another lesson to be learned ... is that while you are swimming and not sinking you should aim for rough water ... My advice is to go for the messes — that’s where the action is.”**



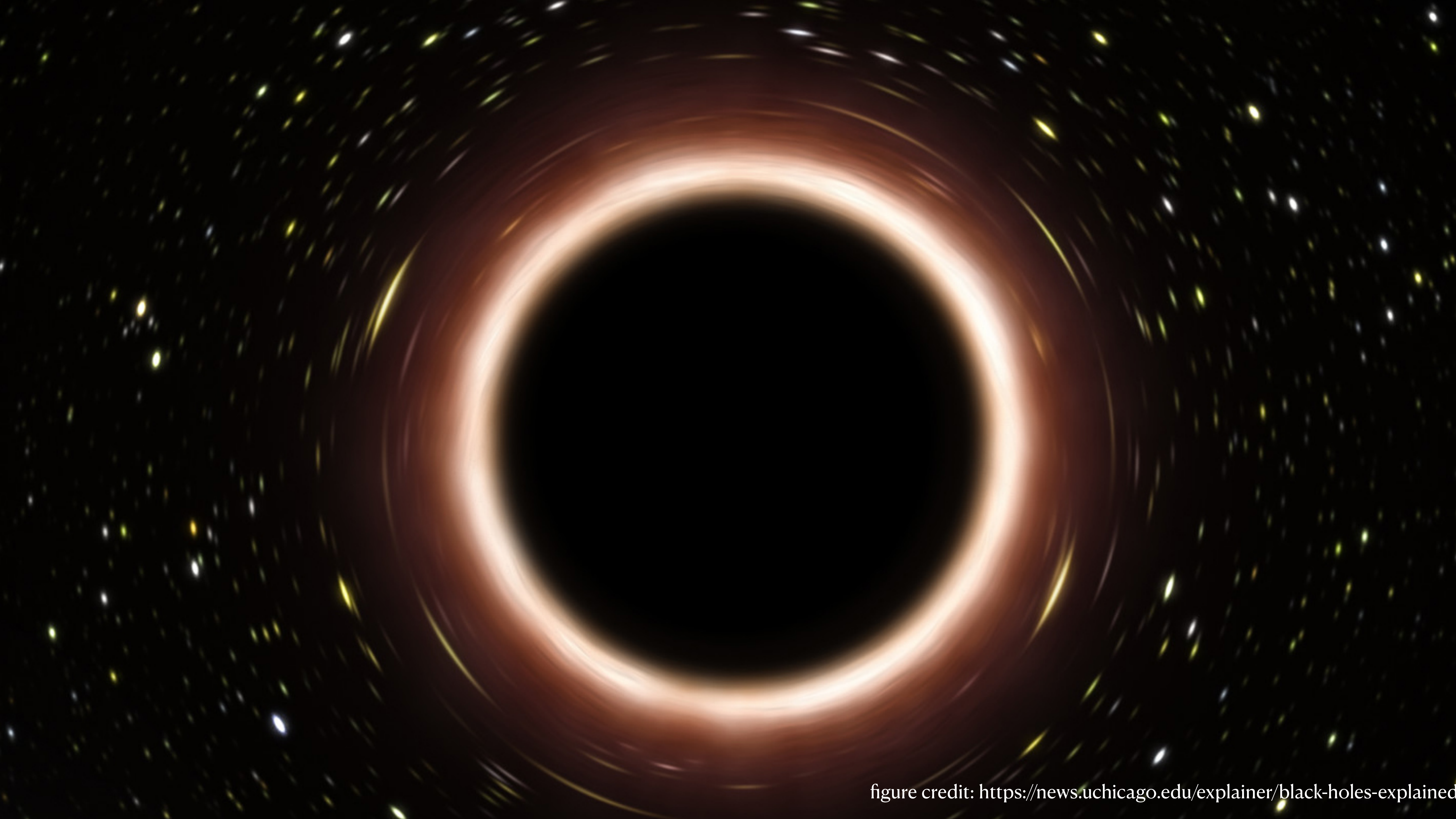


figure credit: <https://news.uchicago.edu/explainer/black-holes-explained>

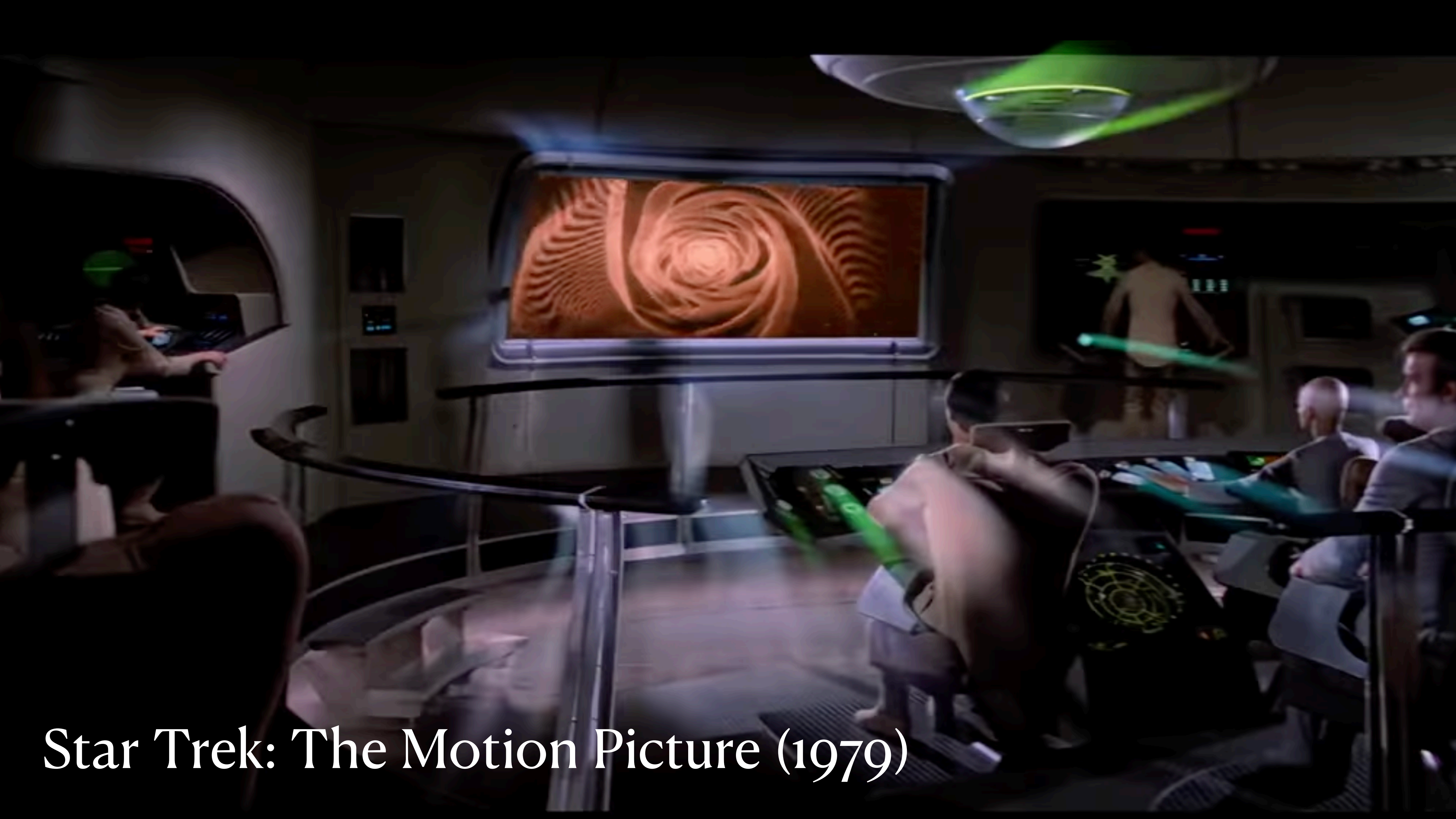
**超弦理論**は量子力学と一般相対性理論を統合する  
**量子重力の理論**として大きな成功を収めてきた



その一方で、量子重力については基本的な  
**謎も多く**，専門家の間でも論争が続いている



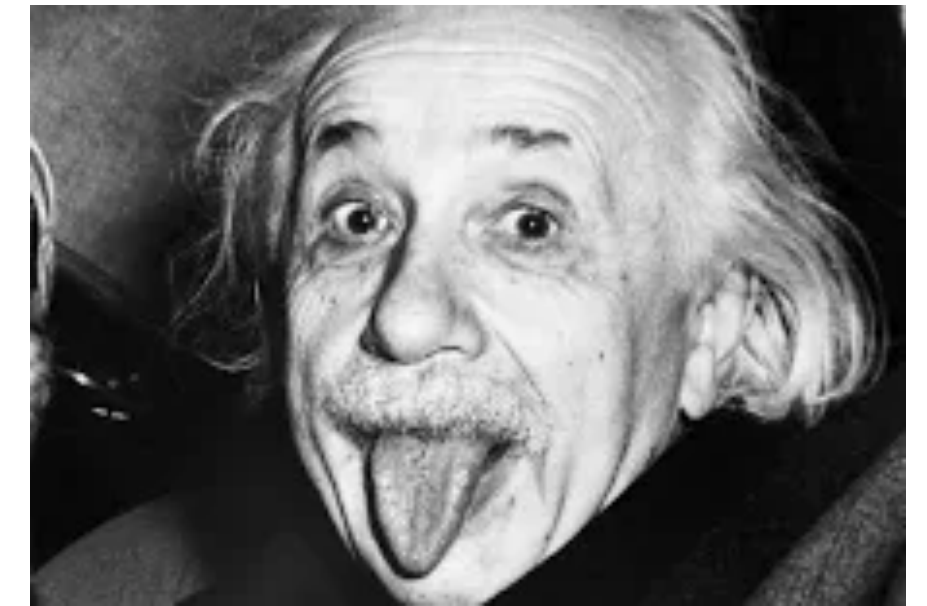
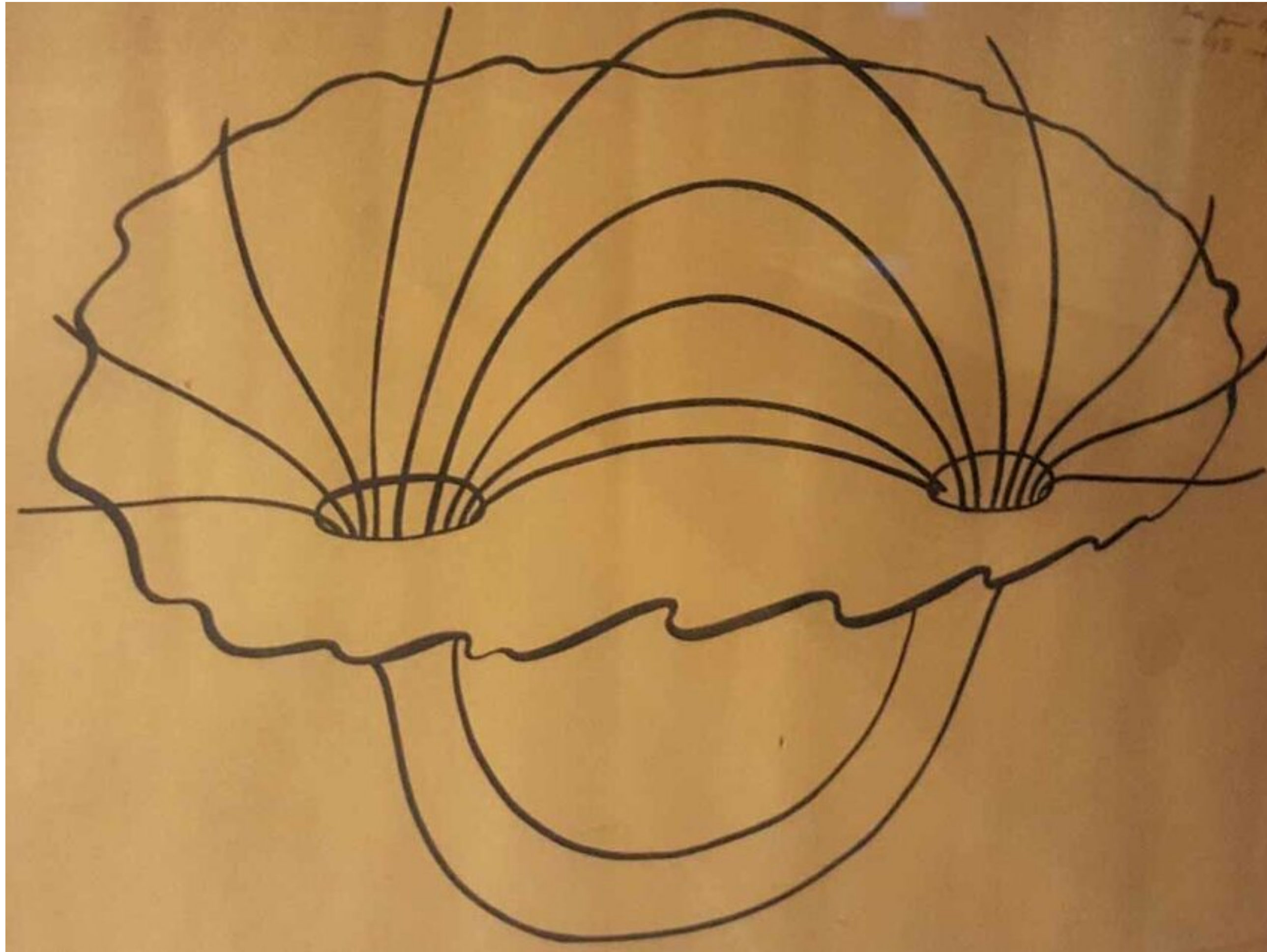




Star Trek: The Motion Picture (1979)



# ワームホール：時空の異なる点をつなぐ



[Einstein-Rosen ('35)]



[Wheeler ('55)]

量子重力では時空そのものも量子的に揺らぐ

→ 時空の足しあげも必要

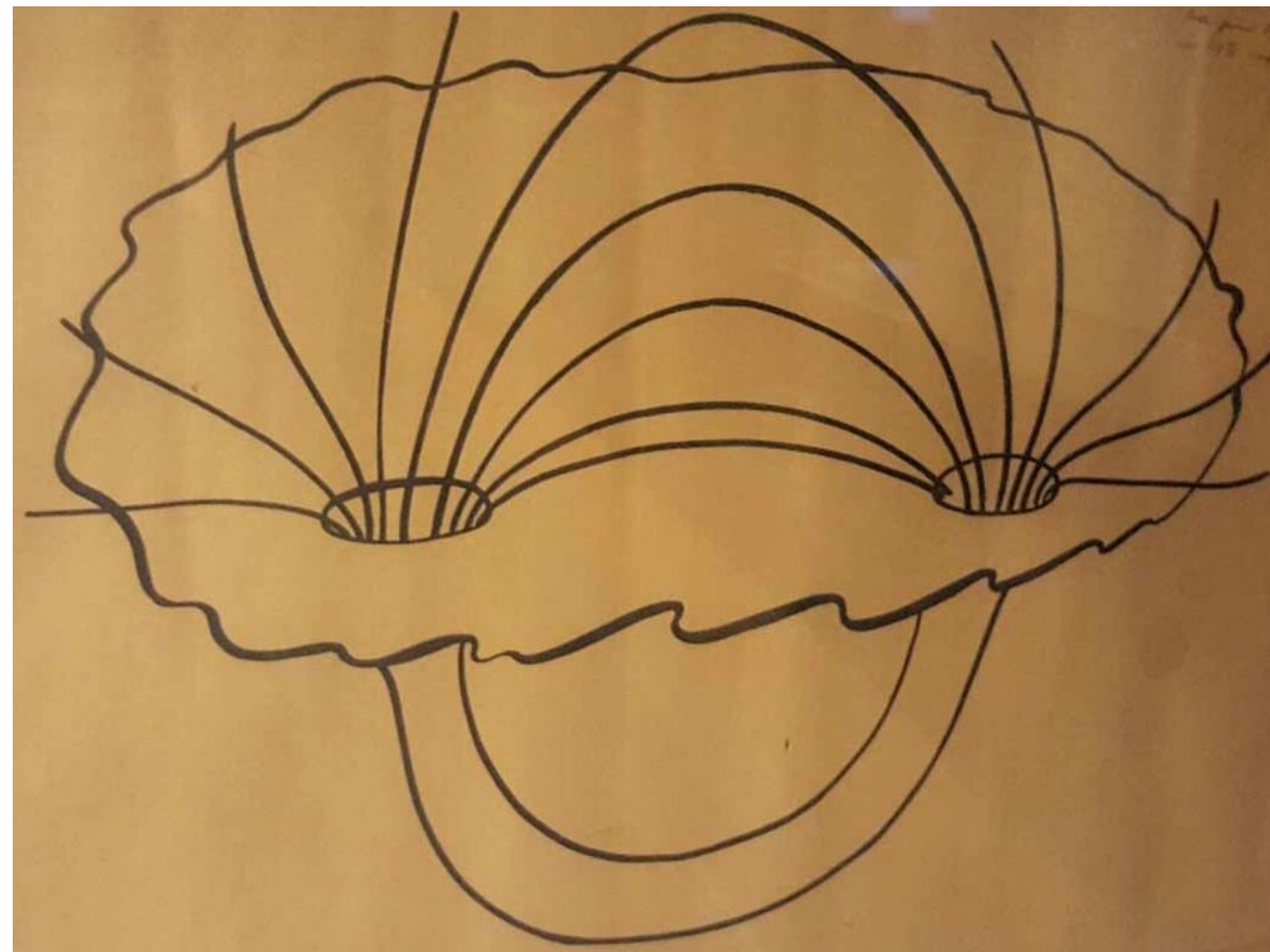
$$\int \mathcal{D}g_{\mu\nu} e^{-S[g_{\mu\nu}]} \sim \sum_{\substack{k \\ \text{時空}}} e^{-S[g_{\mu\nu}^{(k)}]} (1 + \dots)$$

論争：量子重力の足しあげにワームホールを含める必要があるか？

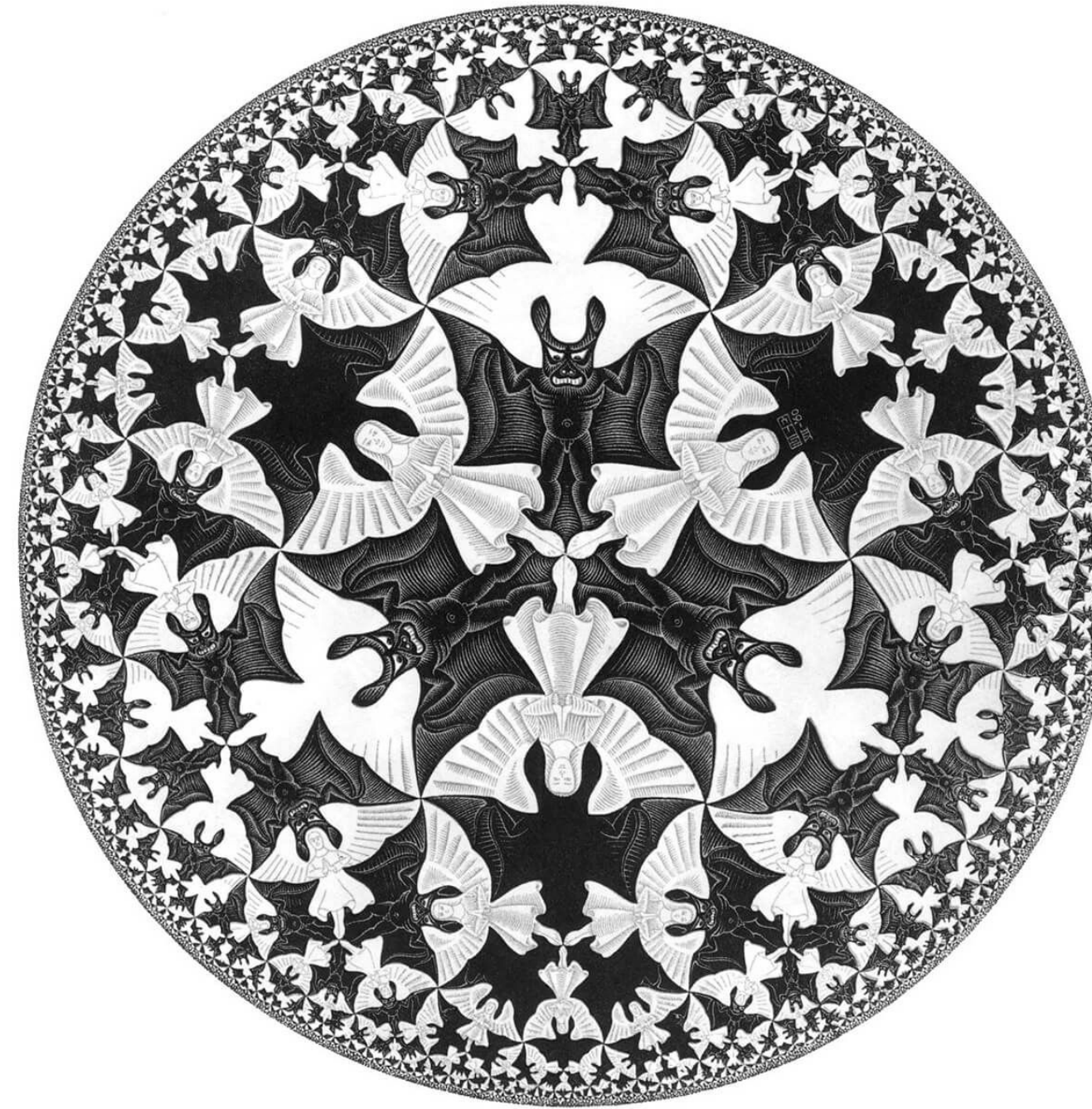


# ワームホールをホログラフィーの 考えと合わせるとパラドクスが生じる

[Maldacena-Maoz '04]



+

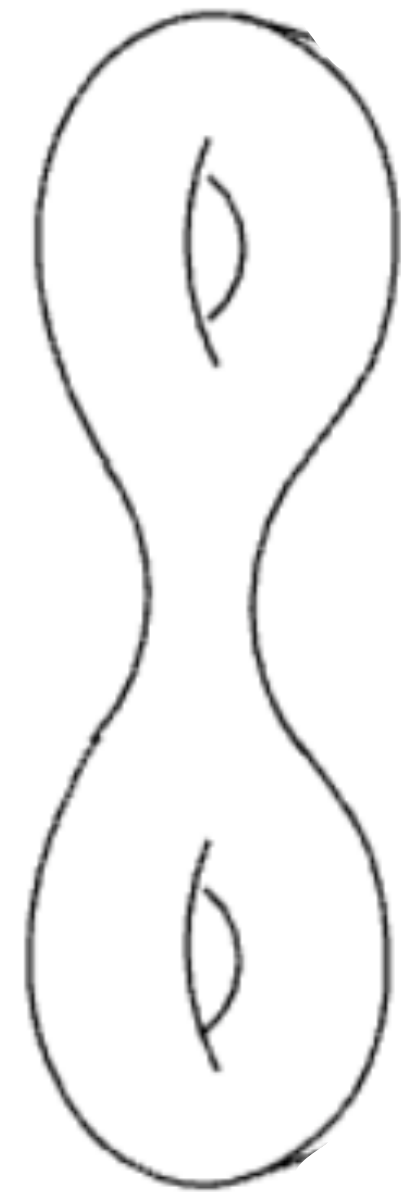


=

??

# ホログラフィー

共形場の理論 (CFT)



$\mathbb{Z}_{CFT}$

重力理論 (AdS)

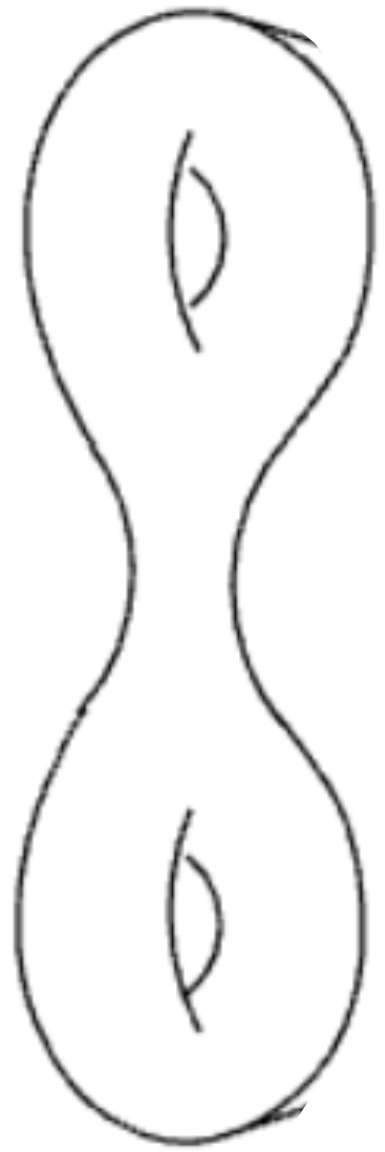


$\mathbb{Z}_{AdS}$

$\equiv$



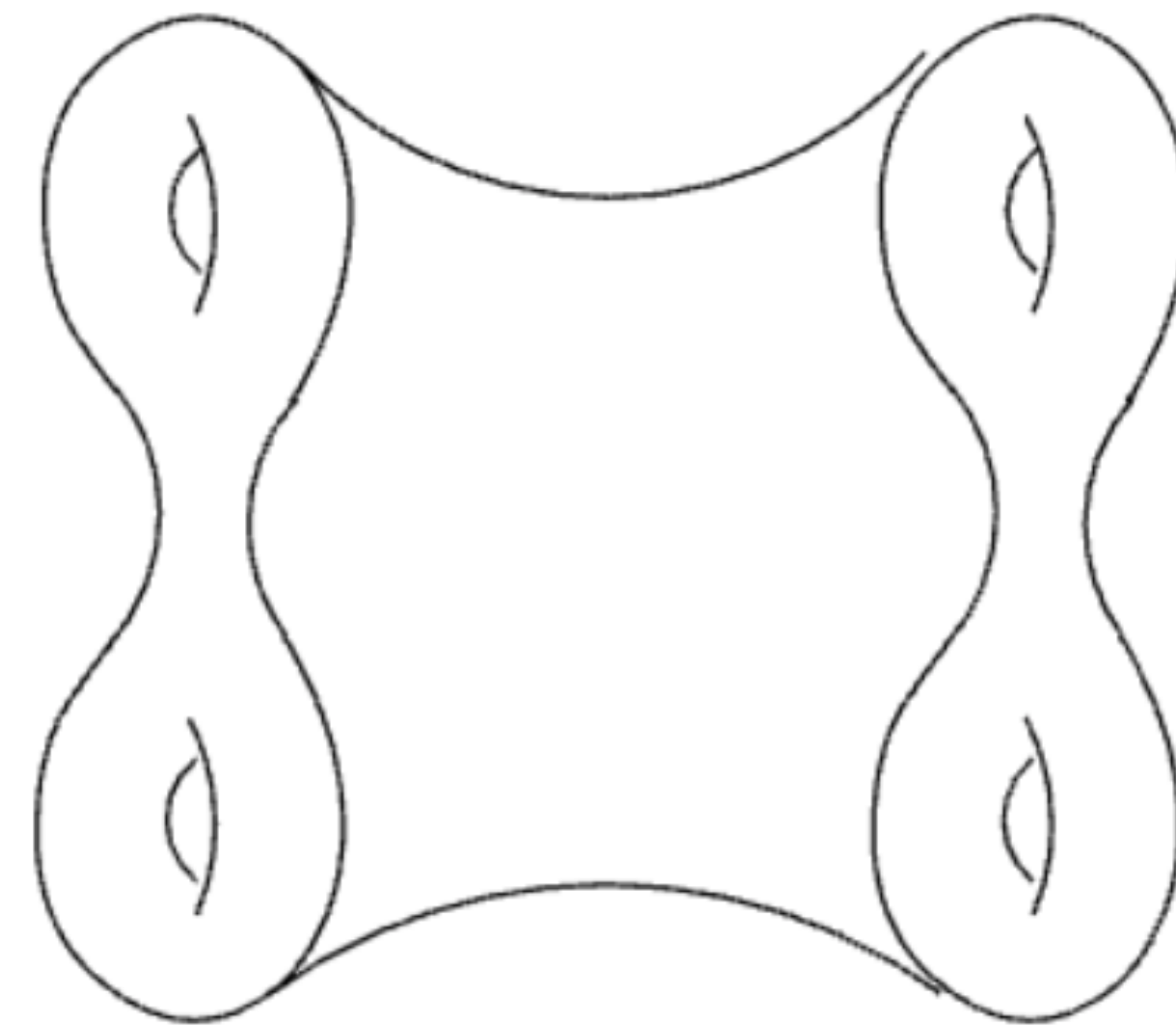
# ホログラフィー



$$\mathcal{Z}_{\text{全体}} = \mathcal{Z}_{\text{CFT}_1} \times \mathcal{Z}_{\text{CFT}_2} = \mathcal{Z}_{\text{AdS}_1} \times \mathcal{Z}_{\text{AdS}_2}$$



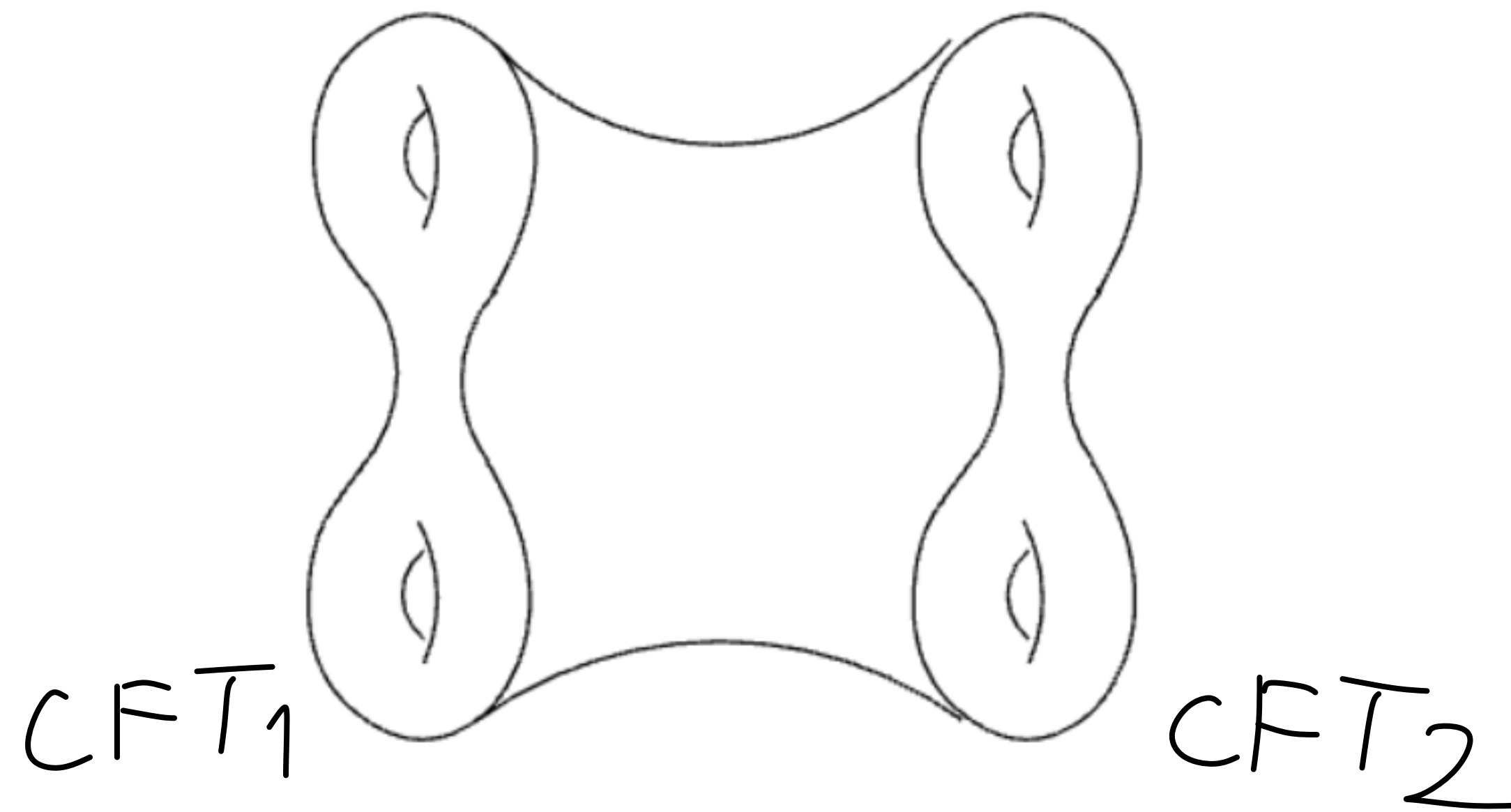
ワームホールの効果で,  
二つの境界が独立でなくなる



$$Z_{\text{CFT}_1} \times Z_{\text{CFT}_2} \neq Z_{\text{AdS}} ??$$

一つの解決法：何かのアンサンブルについての  
平均  $\langle - \rangle$  を計算している

[Maldacena-Maoz '04]



$$\langle Z_1 \rangle \langle Z_2 \rangle \neq \langle Z_1 \cdot Z_2 \rangle$$

一つの理論でのアンサンブル自体は統計力学では標準的  
しかしここでは「理論そのもののアンサンブル」を考える

$$\langle O \rangle = \int [dm] O(m)$$

↑  
アンサンブルを  
とる空間

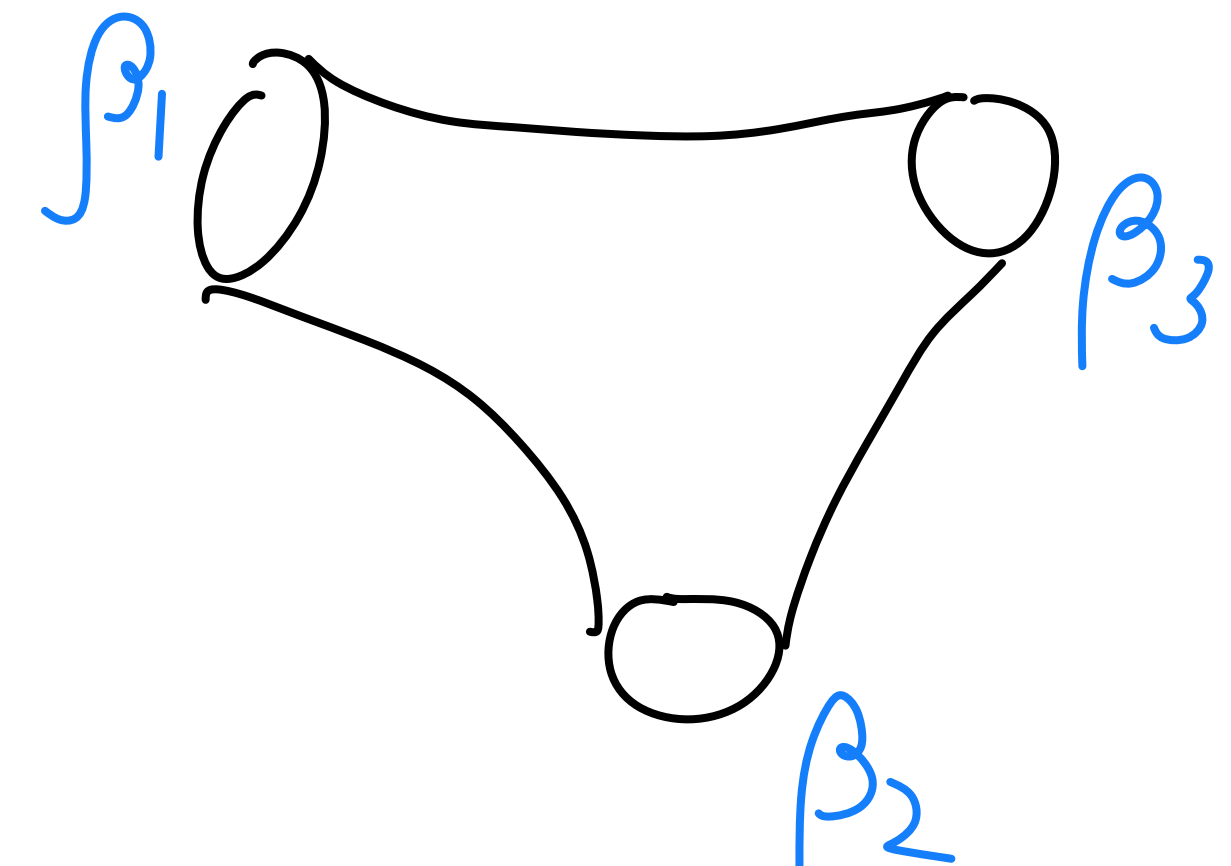
↑  
一つ一つの  
アンサンブル

# 2(=1+1)次元重力理論においてランダム行列との 精密な関係が見出された

[Saad -Shenker-Stanford ('19)]

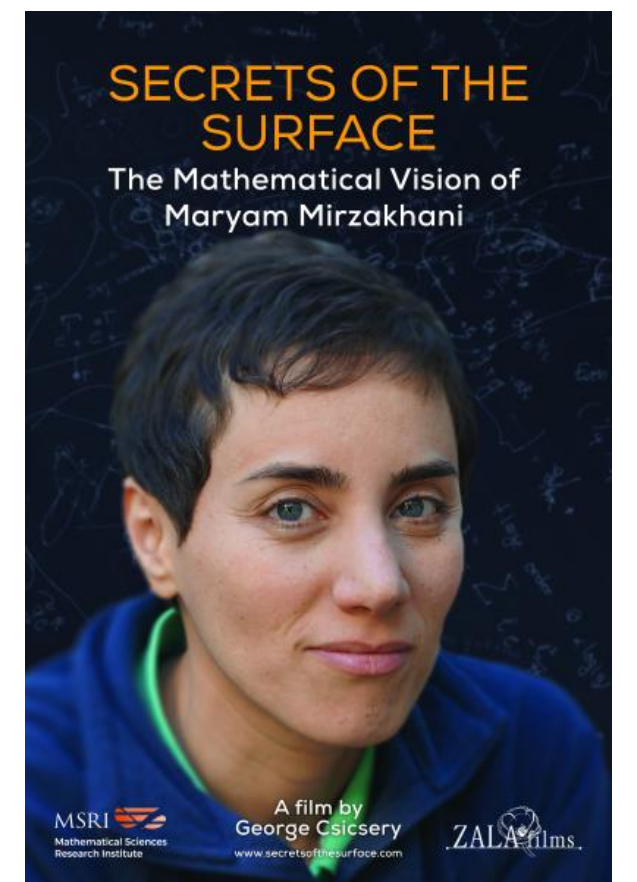
$$\int dH \, e^{-\text{Tr} V(H)} Z(\beta_1) \cdots Z(\beta_n) =$$

$\uparrow$   
 $N \times N$  行列

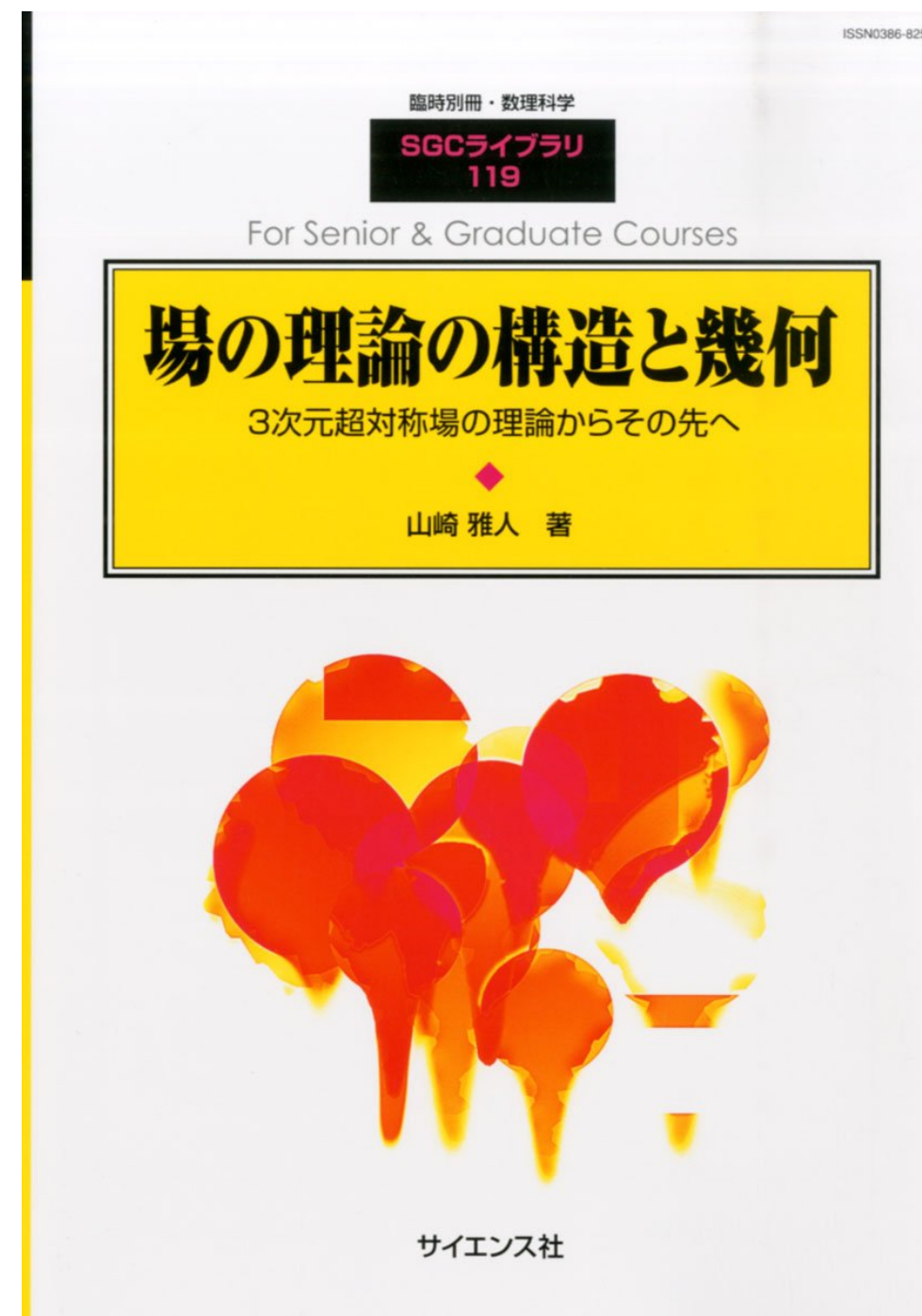


(数学的には数学者Mirzakhaniの研究に関係)

[cf. 『曲面の秘密 – マリアムの魔法の杖』]



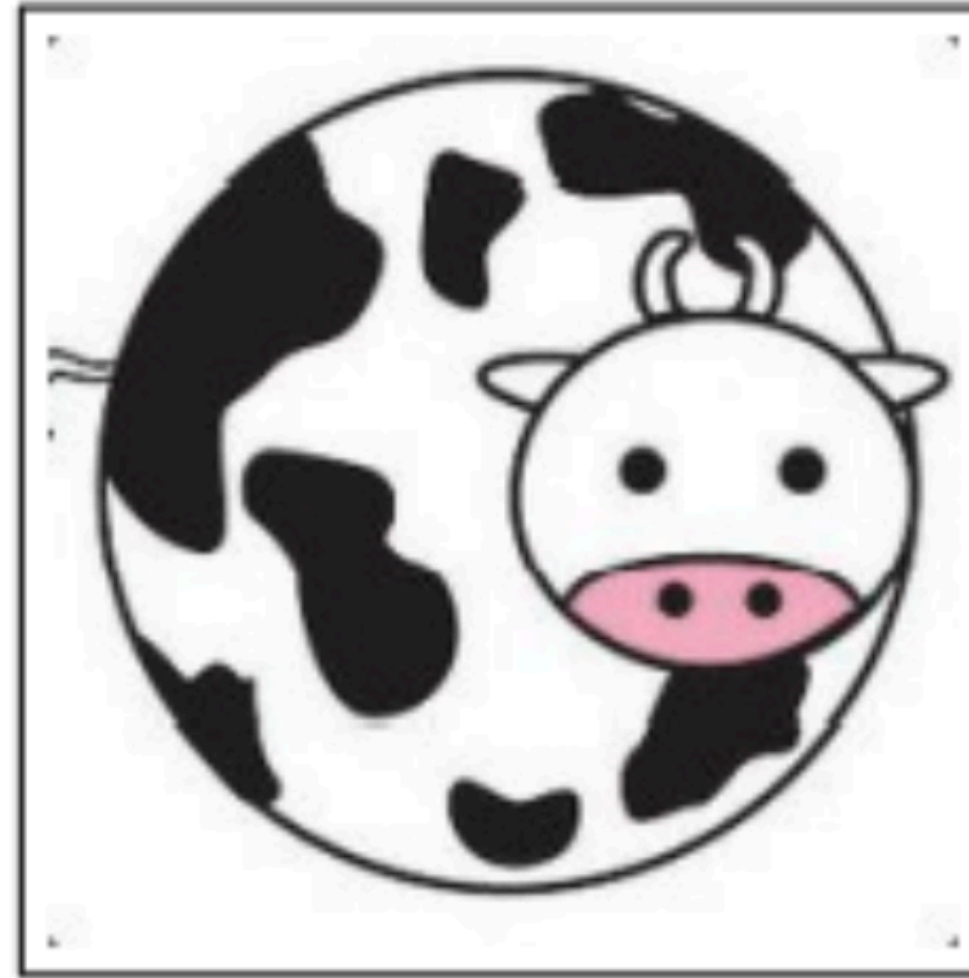
それでは、 $3(=2+1)$ 次元重力の場合はどうか？



3次元重力 ~ 3次元のチャーン=サイモンズ理論の一種  
重力波はなく、分かっていることも多いがそれでも大変



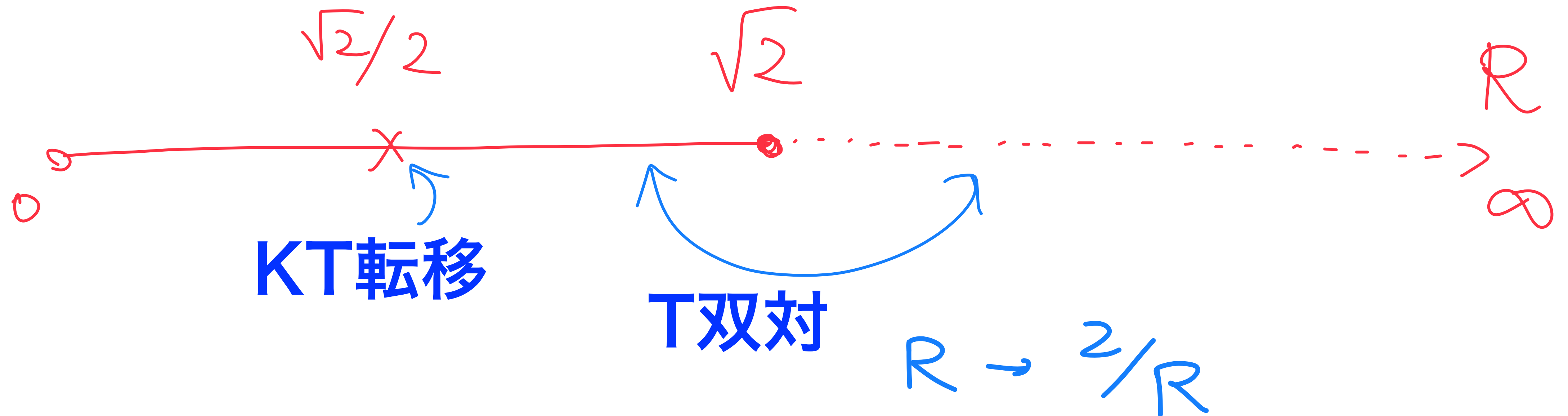
# 物理の常套手段：モデルでエッセンスを掴む



それでは3次元の「重力もどき」ならどうか？  
つまり，境界では2次元（共形）場の理論

# 2次元共形場の理論では「理論空間」 がよく知られている例がある：

$$c=1 \quad \phi \sim \phi + \pi R$$



# これを一般化できる

[Narain ('86),  $\dots$ , Ashwinkumar et al. (incl. MY) ('23)]

$Q$  : signature  $(p, g)$  の  $(p+g) \times (p+g)$  行列

$$Q_{II} \in 2\mathbb{Z}, \quad Q_{IJ} \in \mathbb{Z}$$

## アンサンブルを実行する空間

$$m \in \mathcal{M}_Q = \underbrace{O(p, g; \mathbb{Z})}_{\text{T双対}} \backslash \frac{O_Q(p+g)}{O(p) \times O(g)}$$

T双対

# 2次元トーラス上の「有限温度」 分配関数を求めることができる

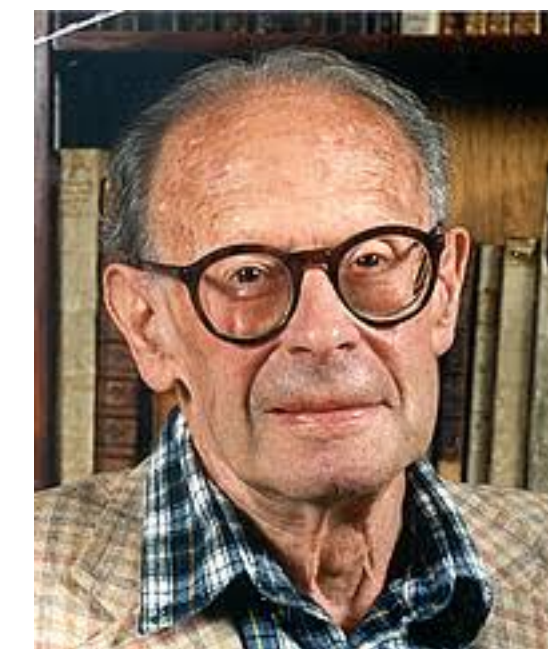
テータ関数の一種  $\vartheta_{Q,\alpha}(\tau, m)$

- $m$  : アンサンブル空間の点
- $\tau$  : トーラスの形 (複素温度)
- $\alpha$  : 離散なラベル



# アンサンブル平均は数学的に知られていた

[Siegel ('51), Weil ('64)]



$$\int_{\mu_{Q,\alpha}} [dm] \vartheta_{Q,\alpha}(\tau; m)$$

アンサンブル平均

$$= E_{Q,\alpha}(\tau)$$

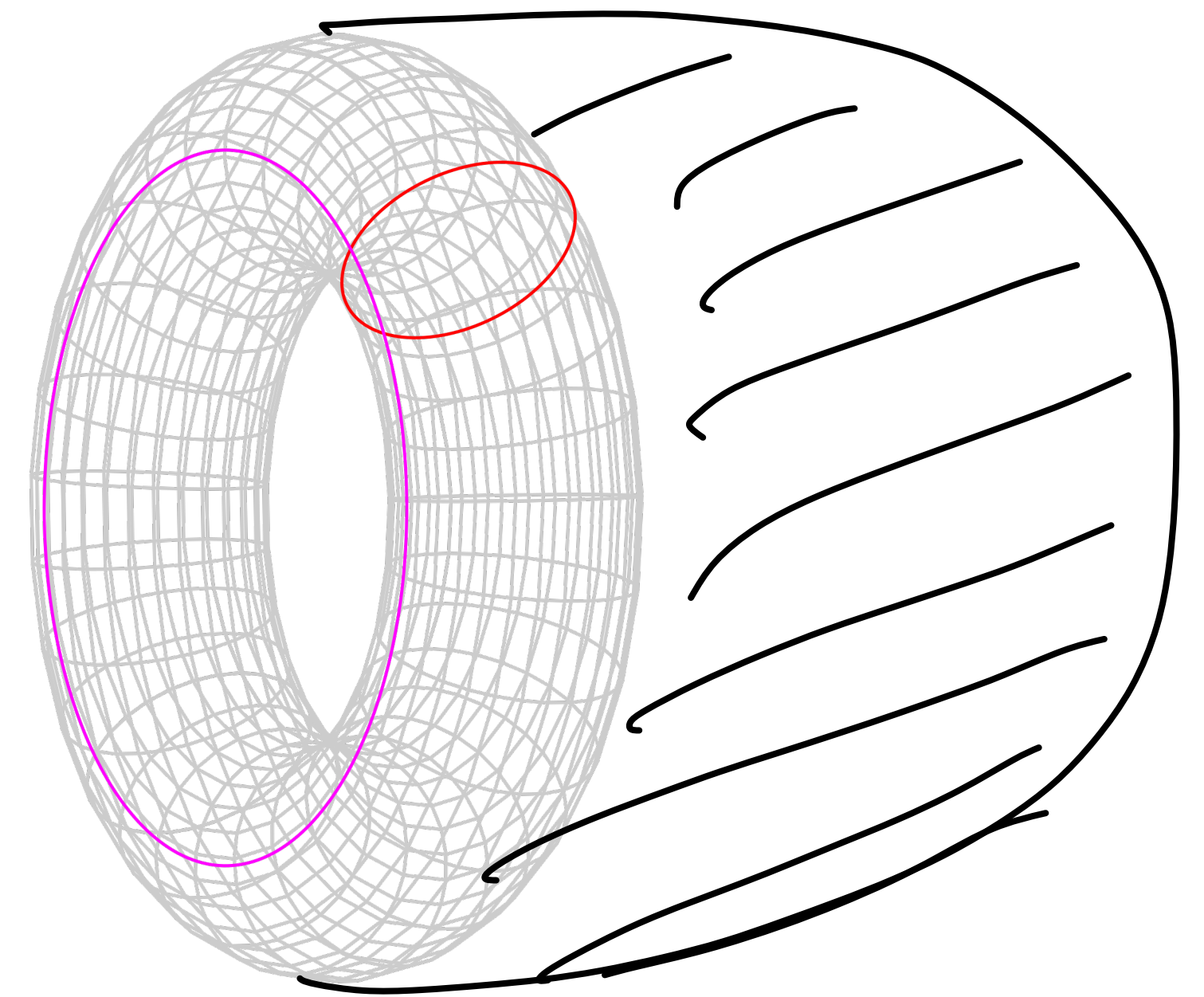
非正則.  
アイゼンシュタイン級数



# アンサンブル平均の結果 = 量子重力における幾何の足しあげだった

## 「ブラックホールの族」

$$E_{Q,\alpha}(\tau) := \int_{\partial\mathcal{H}} + \sum_{\substack{(c,d)=1 \\ c>0}} \frac{\gamma_{Q,\alpha}(c,d)}{(c\bar{\tau}+d)^{\frac{p}{2}}(c\tau+d)^{\frac{q}{2}}}$$



$$T^2 = \partial M$$

# アンサンブル平均の結果＝重力の足しあげだった

$$E_{Q,\alpha}(\tau) := \int_{\alpha \in \Lambda} + \sum_{\substack{(c,d)=1 \\ c>0}} \frac{\gamma_{Q,\alpha}(c,d)}{(c\tau+d)^{\frac{p}{2}} (c\bar{\tau}+d)^{\frac{p}{2}}}$$

$$\gamma_{Q,\alpha}(c,d) = \frac{e^{\frac{\pi i(p-8)}{4}}}{\sqrt{|\det Q|}} c^{-\frac{p+8}{2}} \sum_{\alpha \in N_{c\Lambda}} \exp \left[ -\pi i \frac{d}{c} Q(\alpha+d) \right]$$

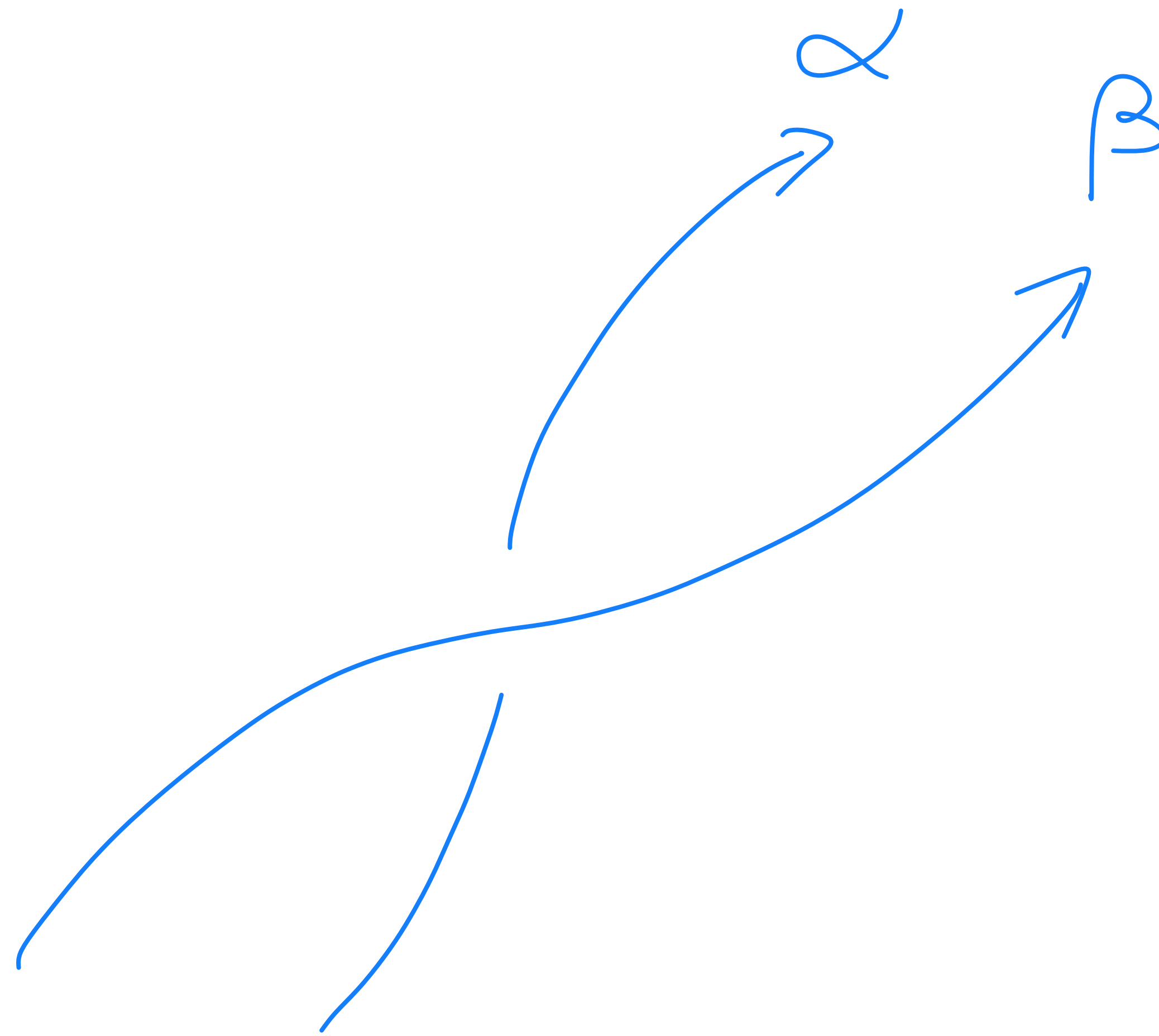
複雑な式？ どの理論？

# アンサンブル平均の後に得られた理論は 物性理論のトポロジカル相を記述する位相的場の理論

[Lu-Vishwanath ('13)]

$$S = \sum_{I,J=1}^{p+q} \frac{1}{4\pi} \underbrace{Q_{IJ}}_{\substack{\uparrow \\ \text{"K-matrix"}}} \int A_I \wedge dA_J$$

行列  $Q$  は (可換) エニオンの統計を記述



$$|4\rangle \rightarrow e^{\pi i Q(\alpha, \beta)} |4\rangle$$

# ワームホールと対称性の二面性

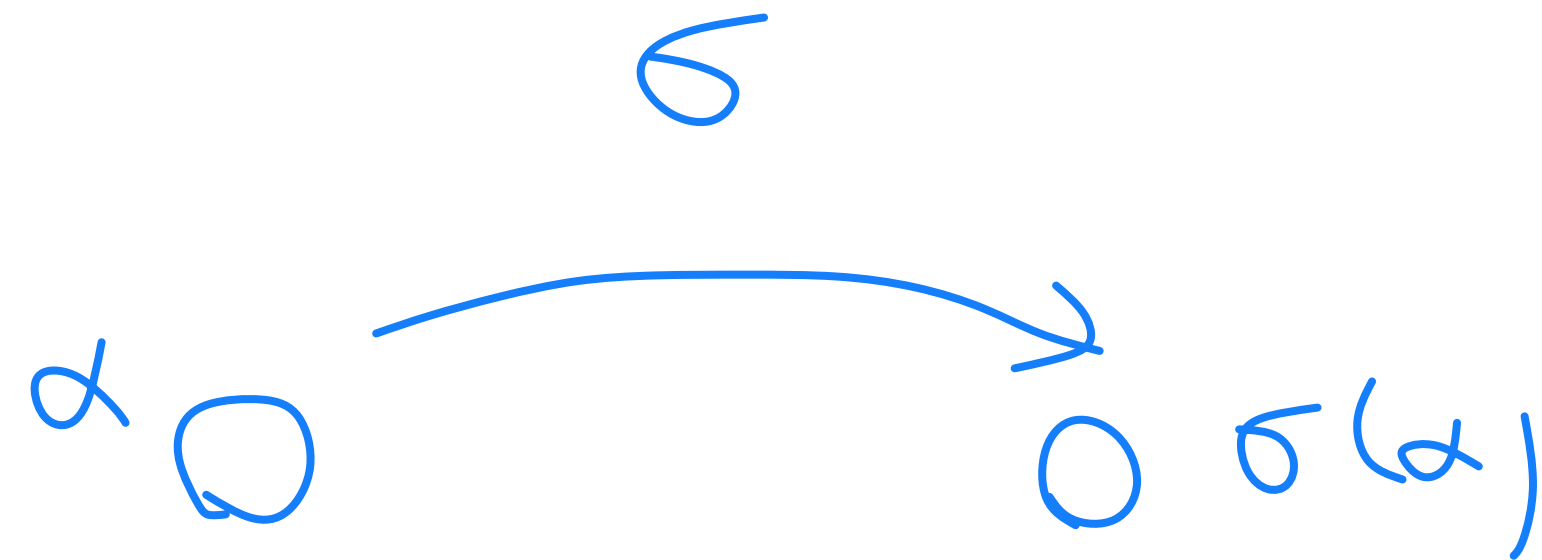
対称性の  
創発



対称性の  
破れ



# エニオンの置換対称性



ただしスピンは保つとする

$$Q(\alpha, \alpha) = Q(\sigma \cdot \alpha, \sigma \cdot \alpha)$$

# アンサンブル平均により対称性が創発

[Ashwinkumar-Leedom-MY ('23)]

•  $\langle \vartheta_{Q, \sigma, \alpha} \rangle = \langle \vartheta_{Q, \alpha} \rangle$  😊

平均操作の前は理論の対称性ではない

•  $\vartheta_{Q, \sigma, \alpha} \neq \vartheta_{Q, \alpha}$  😞??

# 創発する対称性 $\sigma \in G$ の一般論

[Ashwinkumar-Leedom-MY ('23)]

1. アンサンブルでの共変性  $\Theta(\sigma \cdot m, \sigma \cdot \tau) = \Theta(m, \tau)$

2. 測度の不変性  $[d(\sigma \cdot m)] = [dm]$

$$\leadsto \langle \Theta \rangle(\alpha) = \int [dm] \Theta(m, \alpha) = \langle \Theta \rangle(\sigma \cdot \alpha)$$

$$\langle \theta \rangle(\alpha) = \int [dm] \theta(m, \alpha)$$

$$= \int [dm] \theta(\sigma \cdot m, \sigma \cdot \alpha)$$

$$= \int [d(\sigma^{-1}m)] \theta(m, \sigma \cdot \alpha)$$

$$= \int [dm] \theta(m, \sigma \cdot \alpha)$$

$$= \langle \theta \rangle(\sigma \cdot \alpha)$$

共変性

変数変換

測度の不変性

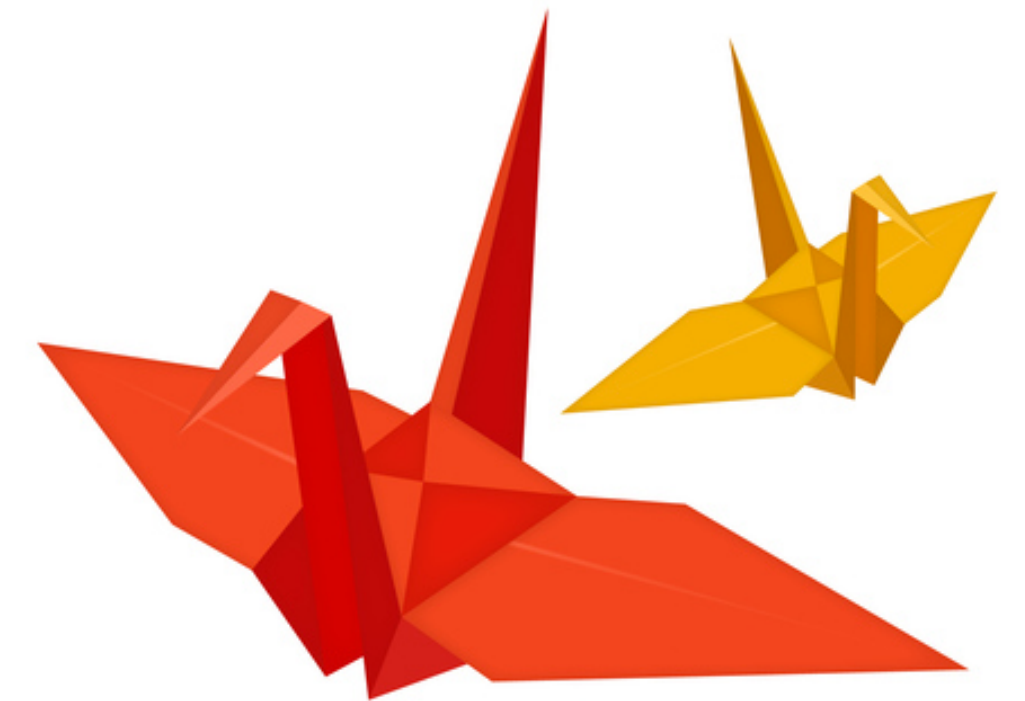
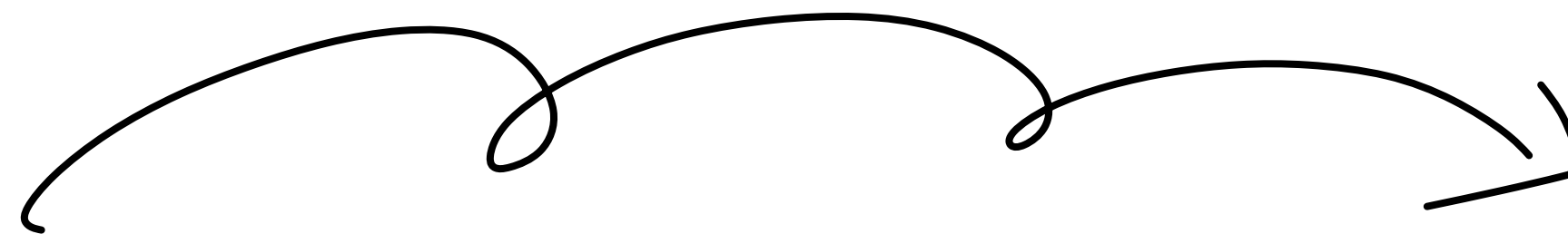
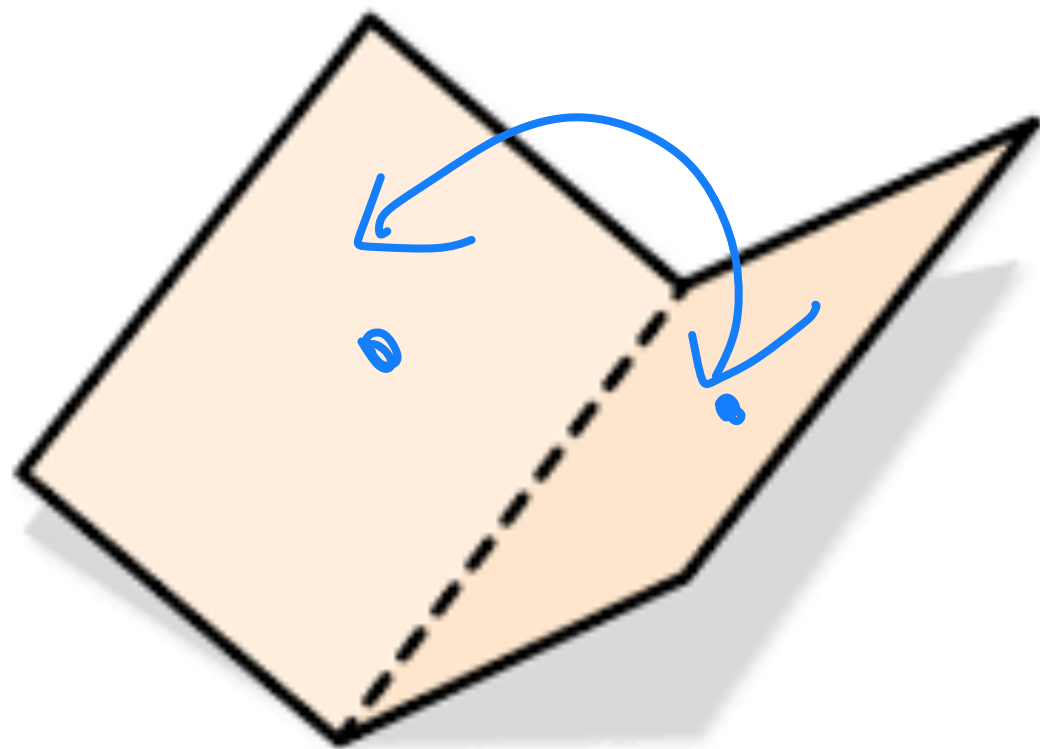


# 「双対性の折り紙」

[Ashwinkumar-Leedom-MY ('23)]

「双対」

アンサンブル平均  
で「折りたたむ」



アンサンブルの対称性

創発する対称性



# スピングラスとの類似

[Edwards-Anderson ('75)]



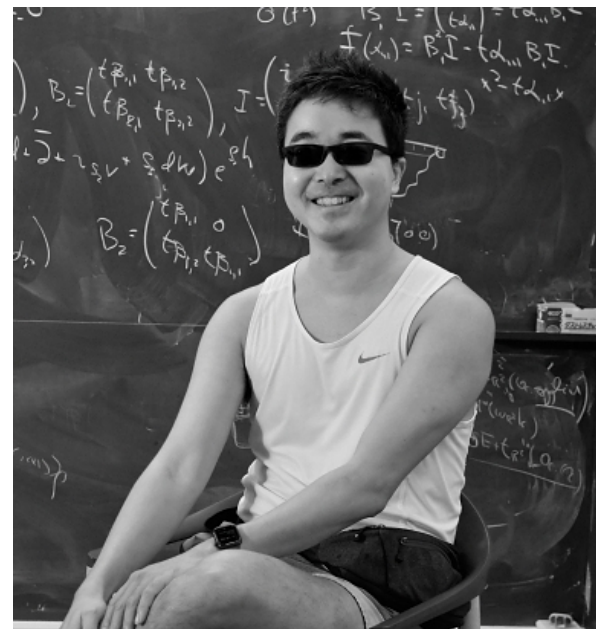
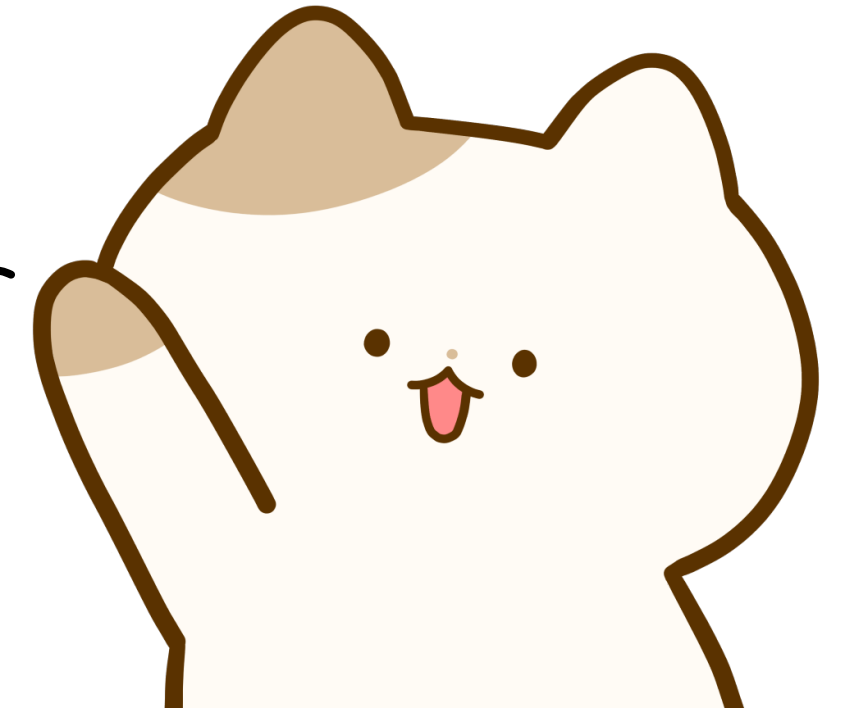
$$\langle \phi \rangle = 0, \quad \langle \underbrace{\phi^2}_{\text{EA秩序変数}} \rangle \neq 0$$

EA秩序変数

超弦理論の真空探索に

機械学習的な考えが役に立つのは偶然ではない？

でも、結局観測できるの？



宇宙論でのワームホール

# ワームホールと対称性の二面性

対称性の  
創発

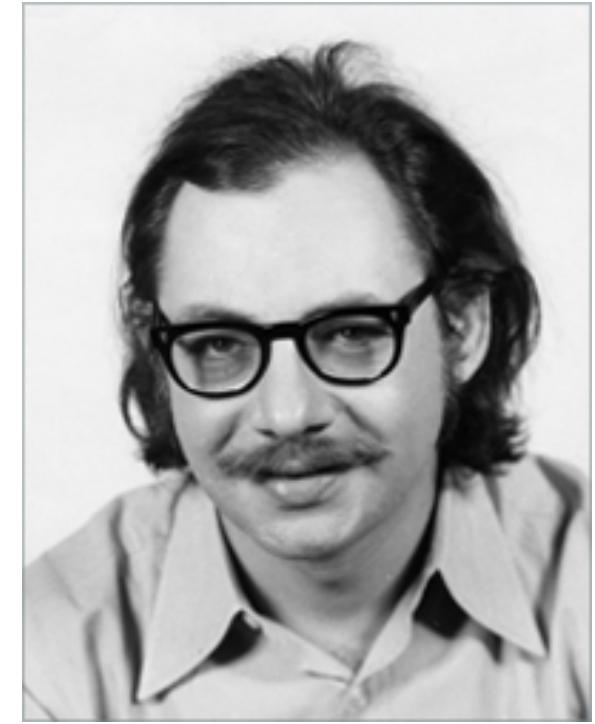


対称性の  
破れ

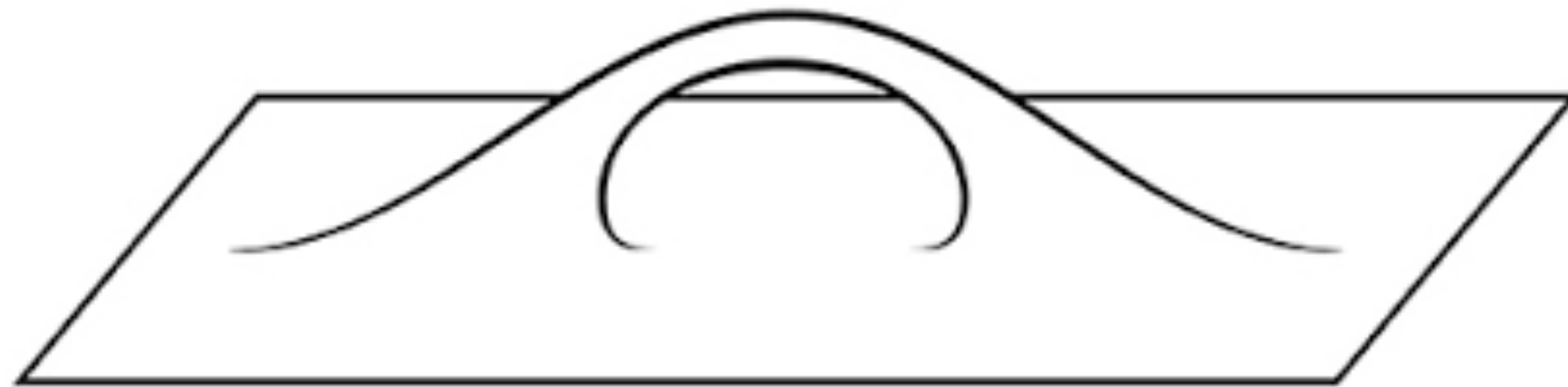


# ワームホールは対称性の破れを引き起こす？

「子宇宙にチャージが逃げる」

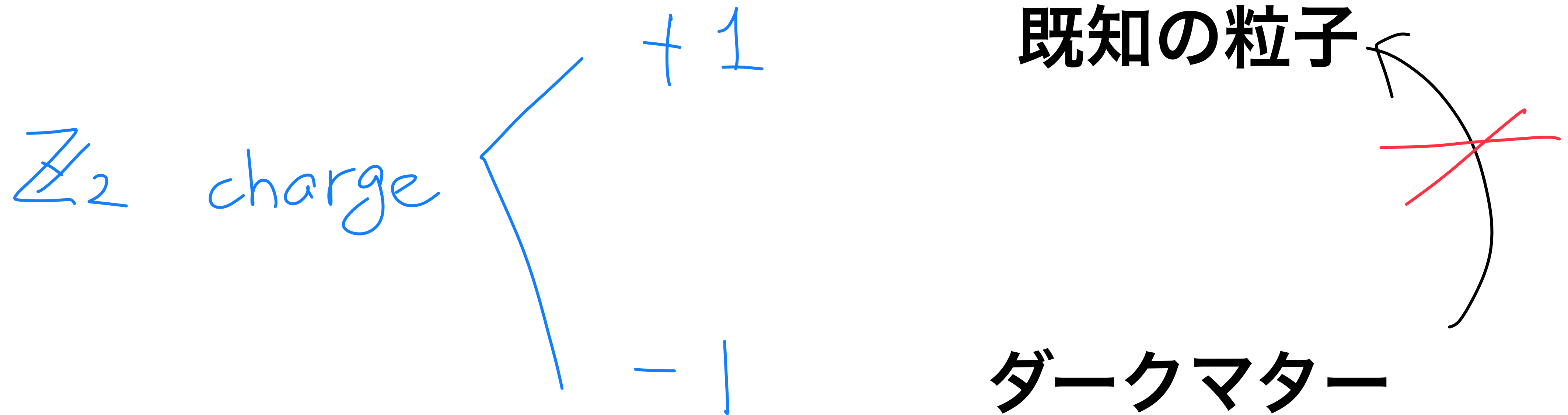


[Coleman ('88)]



(量子重力では対称性は破れると信じられている)

# 対称性は、例えばダークマターの 安定性を説明する



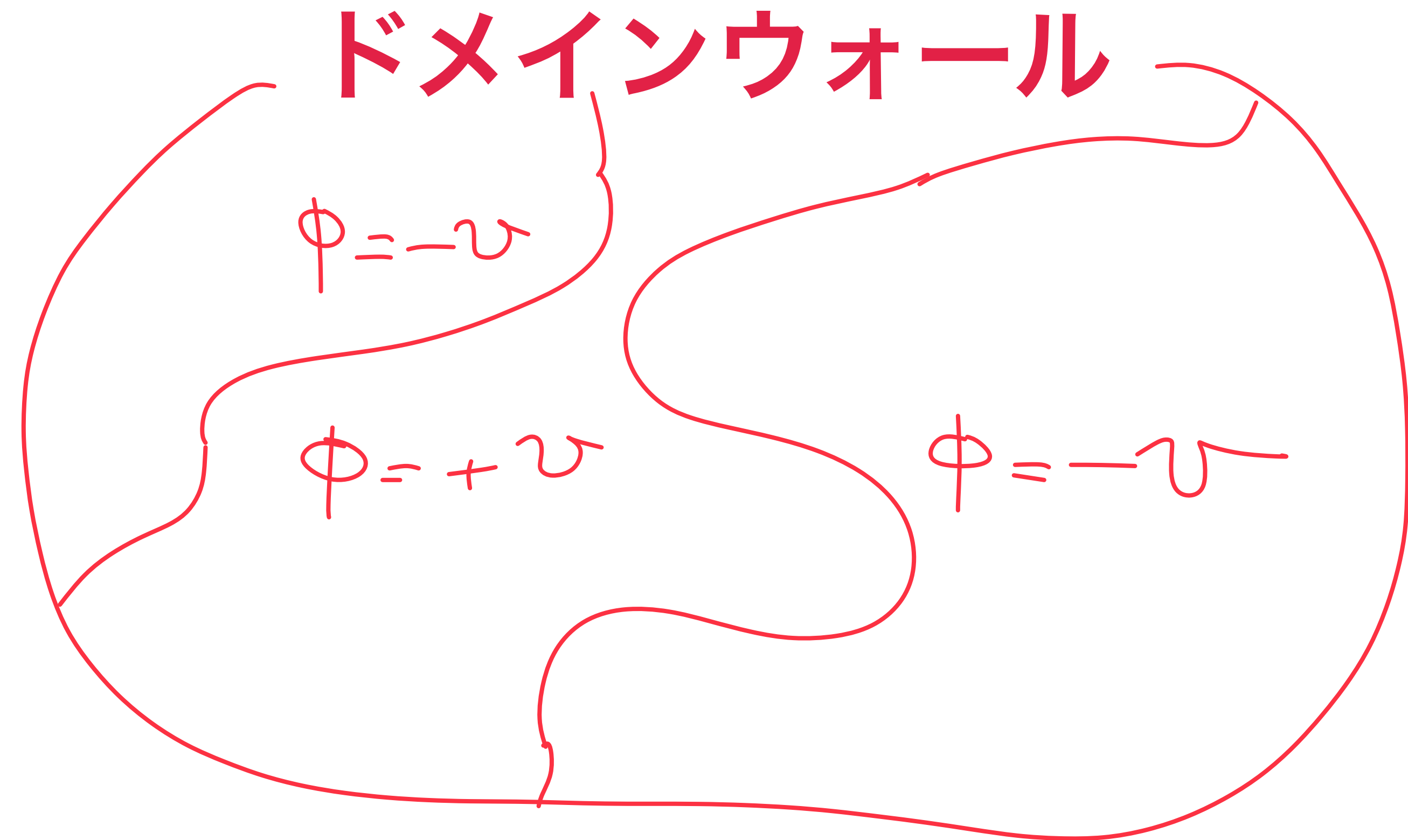
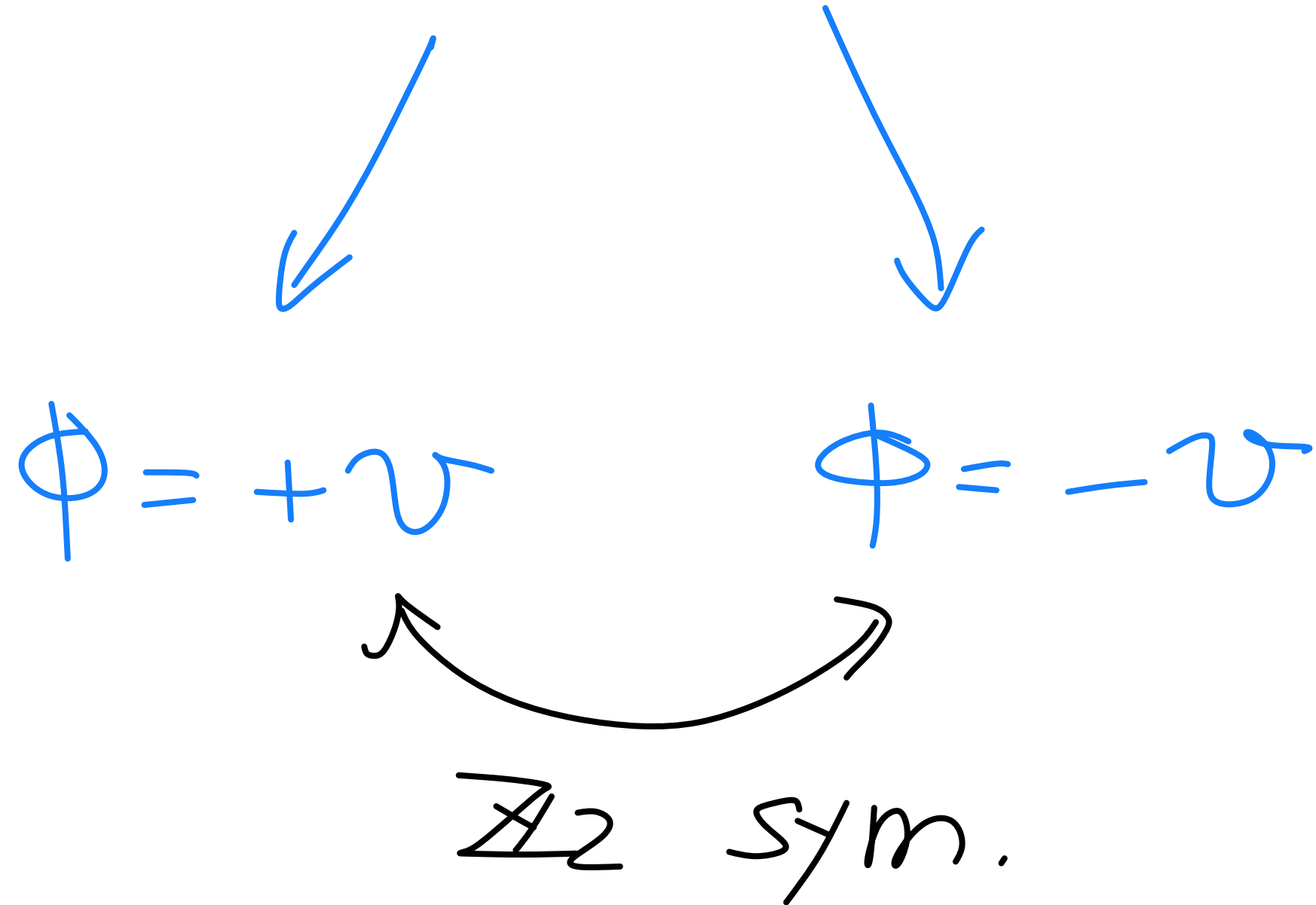




[Nambu]

# 対称性は自発的に破れることもある

$$V = \lambda (\phi^2 - v^2)^2$$



ドメインウォールで宇宙が一杯になってしまう

[Zeldovich-Kobzarev-Okun ('74)]



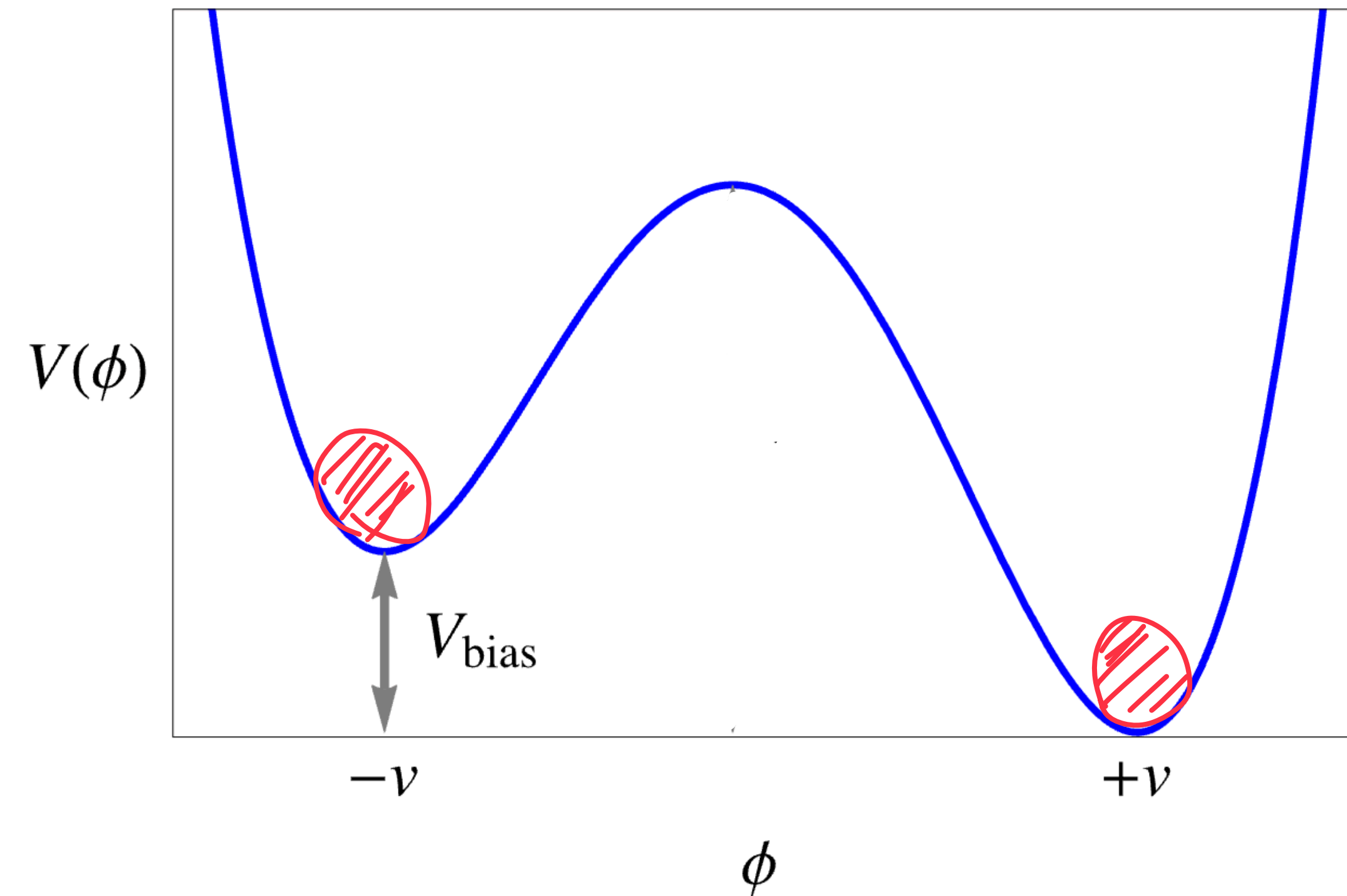
# 対称性の破れがワームホールの効果により わずかに破れれば良い

[Gelmini-Gleiser-Kolb ('89)]

$$V = \lambda (\phi^2 - v^2)^2$$

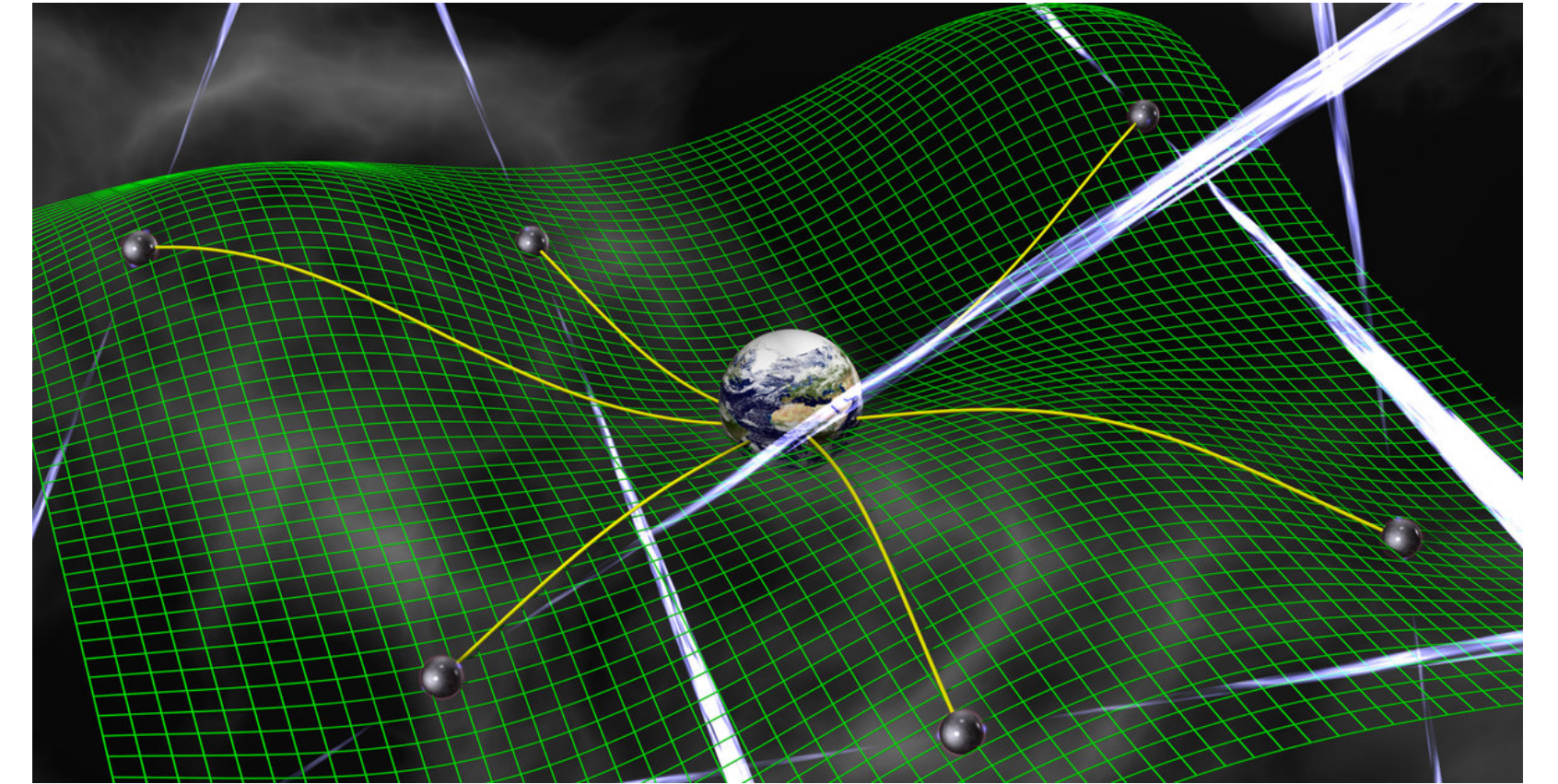
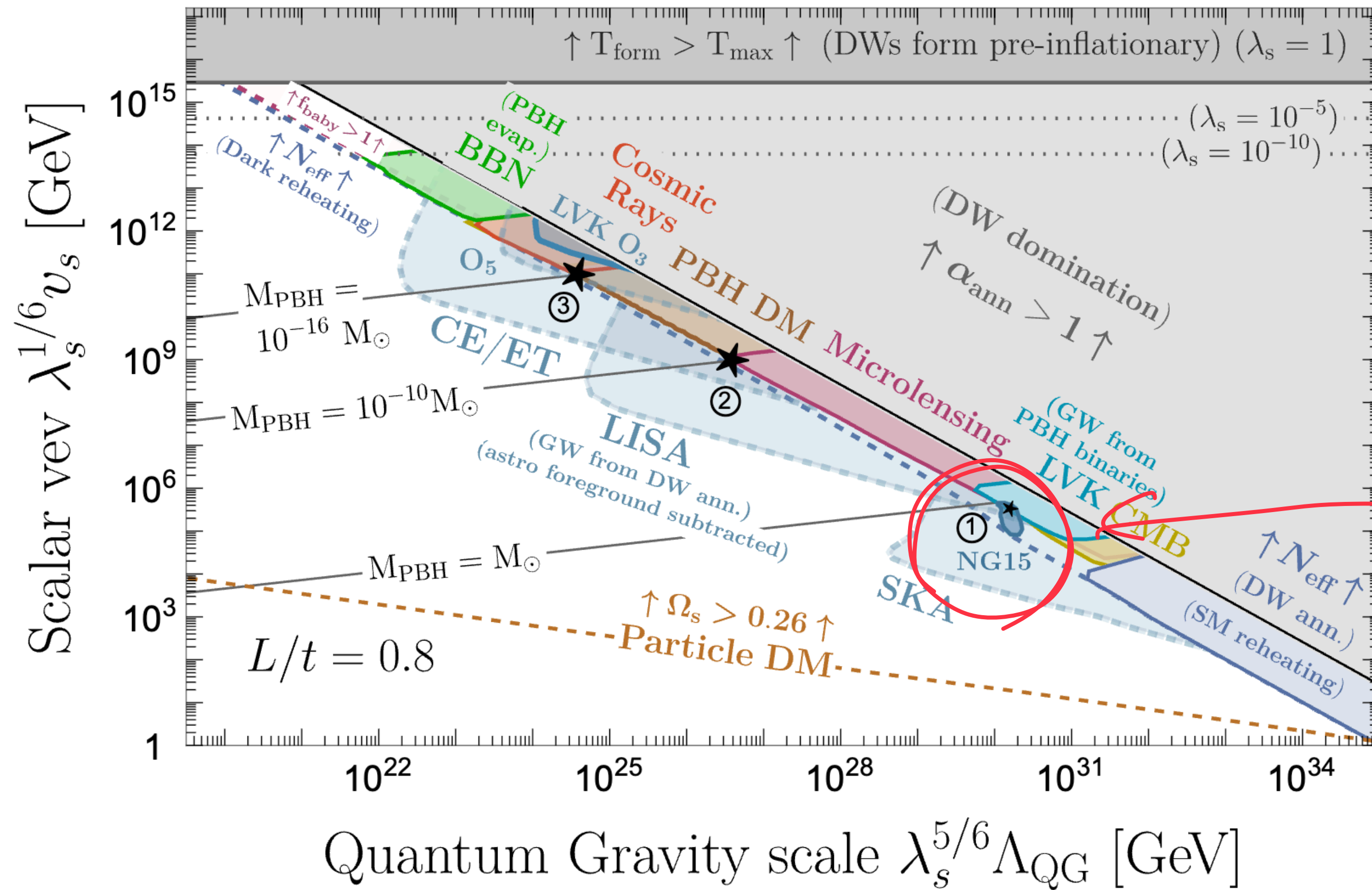
+

$$V_{\text{bias}} = \frac{\phi^5}{\Lambda}$$





# ドメインウォールが消滅時に重力波を放出



PTA: パルサーの観測



SKA: 電波望遠鏡

[Gouttenoire et al. (incl. MY) ('23)]



$$V = \frac{\phi^5}{\Lambda}$$

$$\Lambda \gg M_{pl} \sim 10^{18} \text{ GeV}$$

$$= \frac{e^{-S}}{M_{pl}} \phi^5$$

$$S \gg 1$$

ワームホール（重力インスタントン）  
は大きなスケールを自然に説明

量子重力起源の重力波？

# ドメインウォール

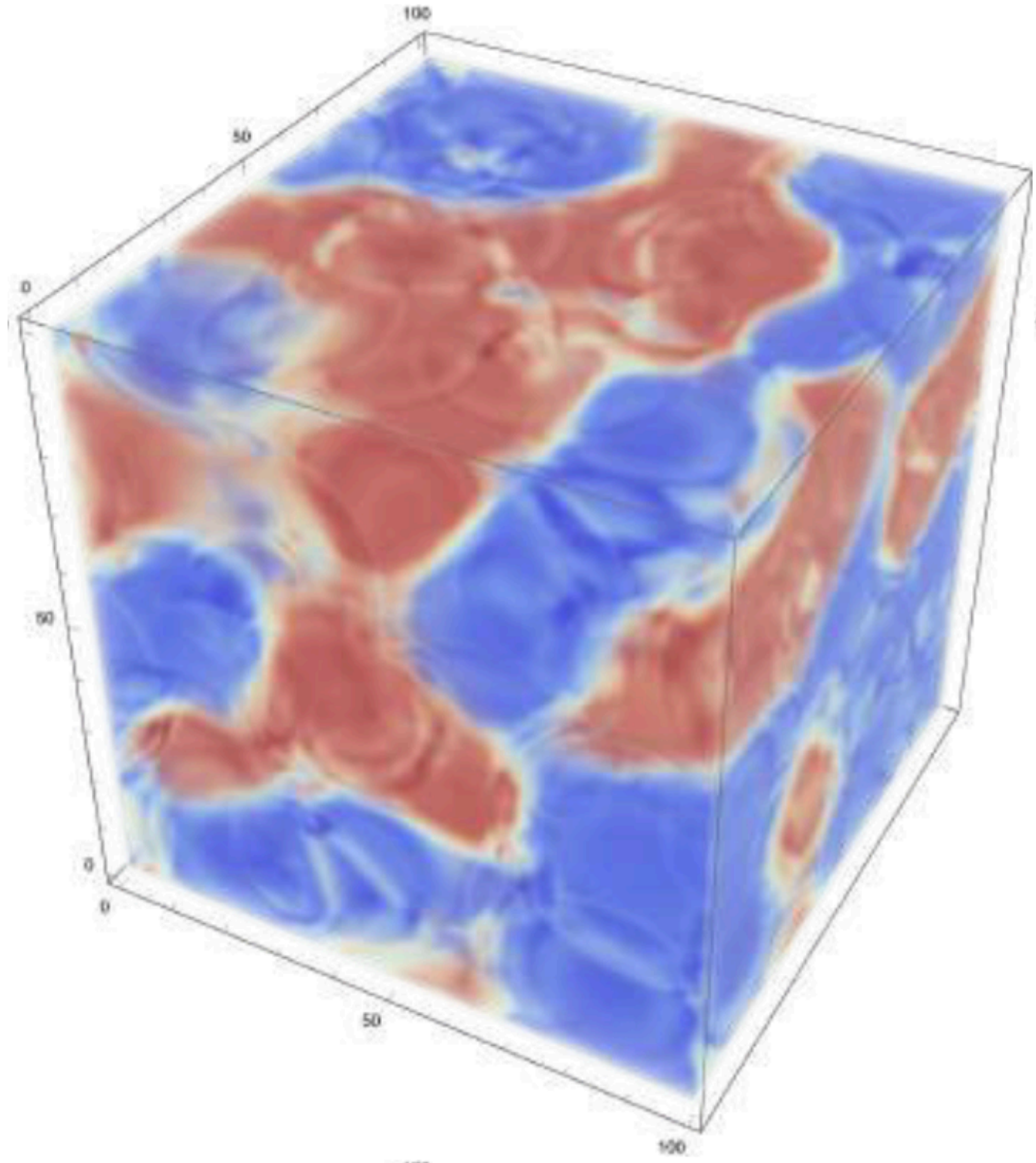
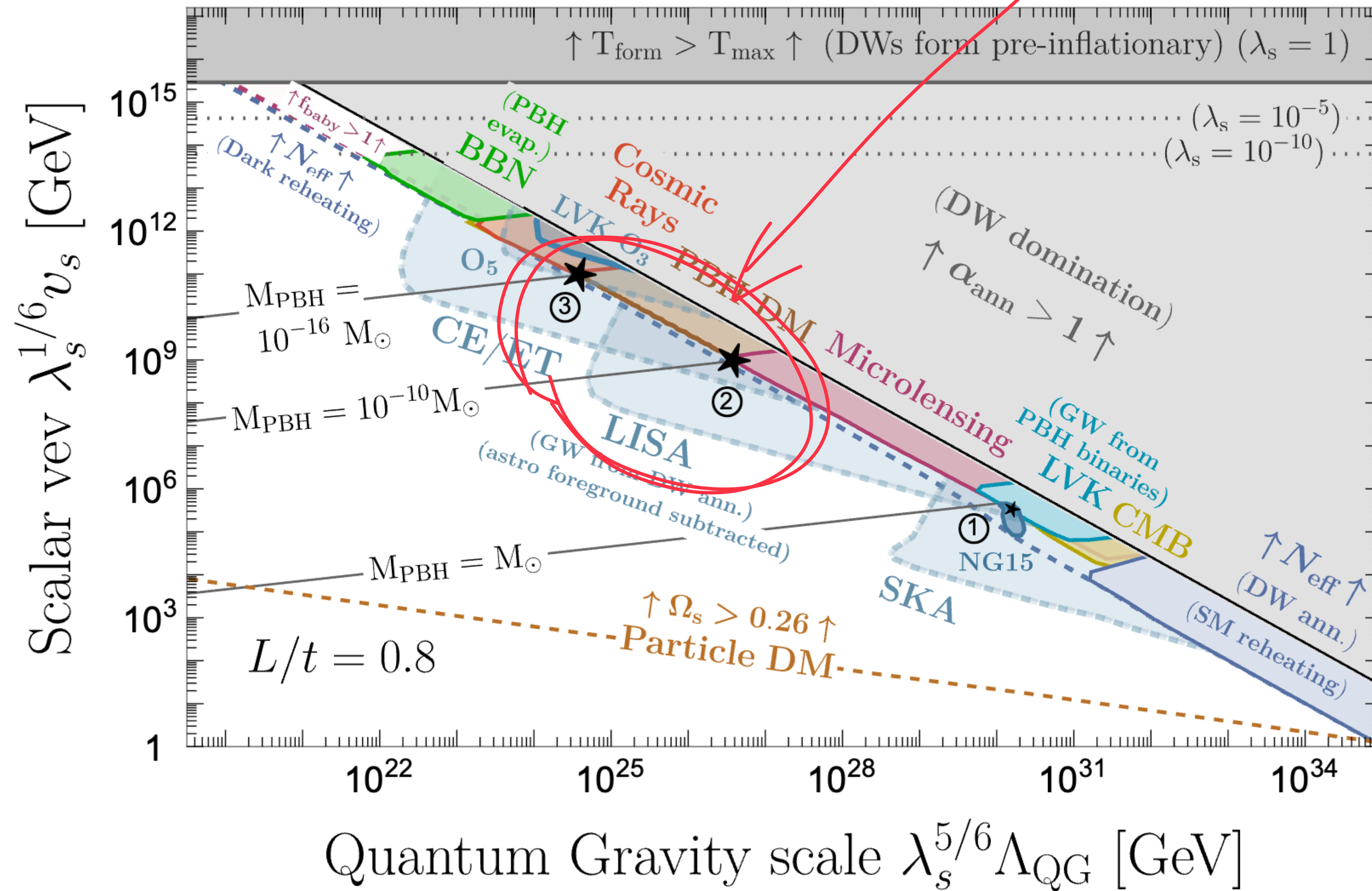


figure credit: arXiv: 2208.07186

# 原始ブラックホール



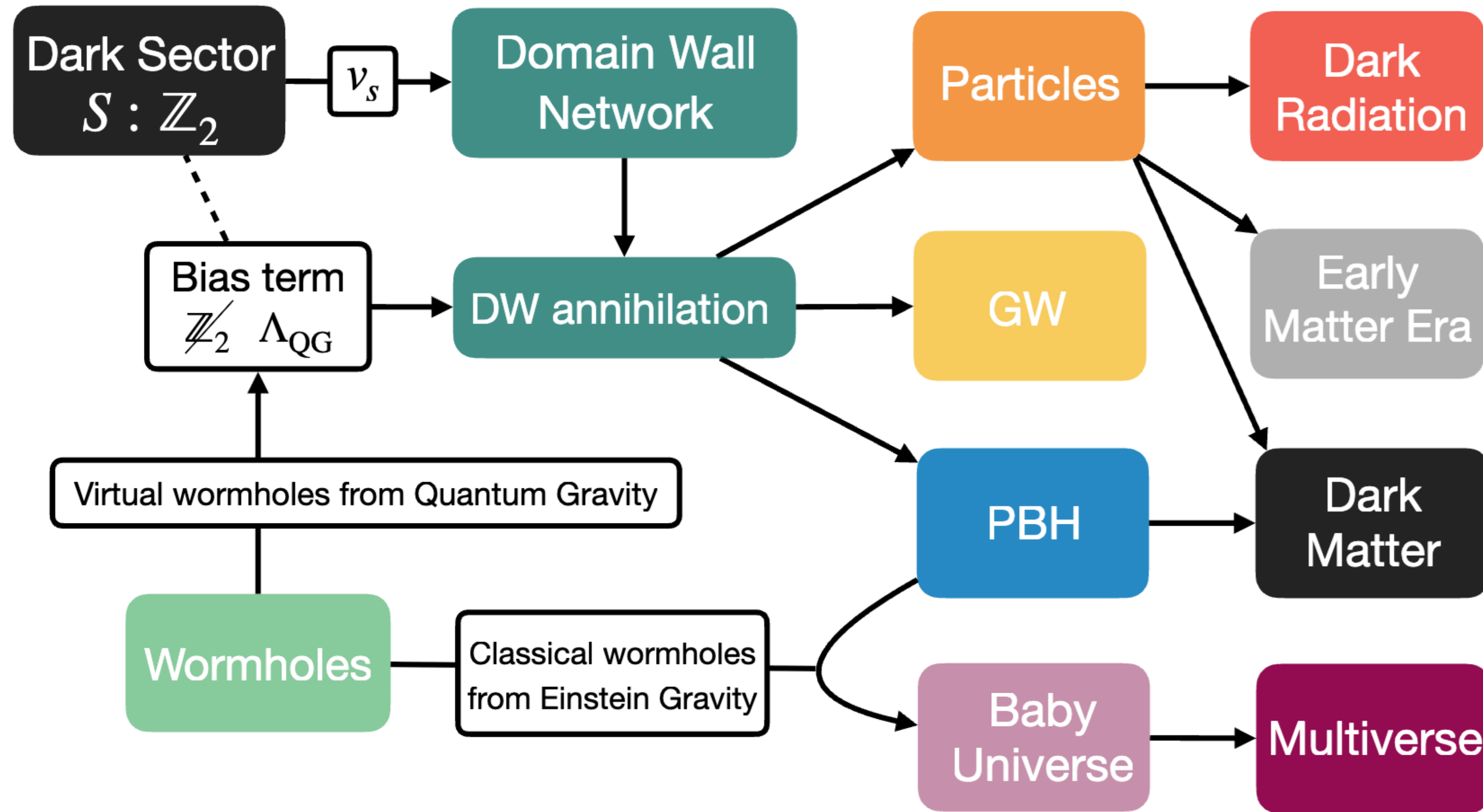
# ダークマターの候補







# 宇宙はワームホールから始まりワームホールに終わる？



[Gouttenoire et al. (incl. MY) ('23)]

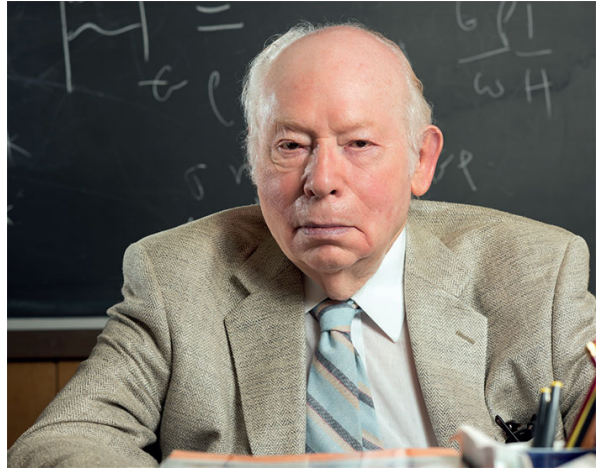
# まとめ

ワームホールは

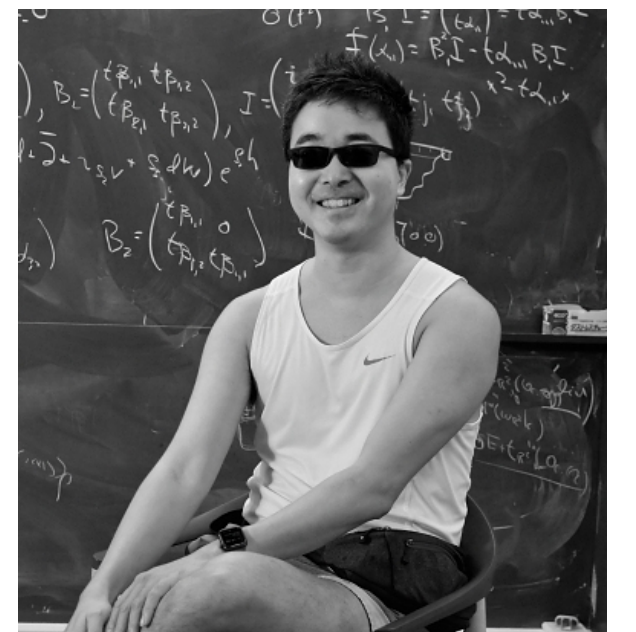
1. 量子重力のアンサンブル平均を示唆
2. 大域対称性の創発／破れを引き起こす
3. 宇宙論でも活躍



# 改訂版の教訓？



混沌としたところに飛び込め



1. 混沌の背後に美しい秩序／数理がある
2. きっとそれはこの宇宙にも関係している

# 自然（ピュシス/ physis）の 学問としての現代物理学

コスモス  
(宇宙)



カオス  
(混沌)

ノモス  
(秩序)