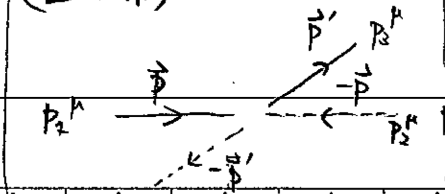
(重心系)



$p_1^\mu=(E_1,\vec{p})$ $p_2^\mu=(E_2,-\vec{p})$
$p_3^\mu=(E_1,\vec{p}\,')$

§6 後日談

ハドロン二粒子の弾性散乱の散乱振幅の ansatz

$s=(E_1+E_2)^2$
$t=-|\vec{p}-\vec{p}\,'|^2$

$$\mathcal{M}(s,t)\sim g_0^2\,\frac{\Gamma(-\alpha(s))\,\Gamma(-\alpha(t))}{\Gamma(-\alpha(s)-\alpha(t))}$$ （双対共鳴模型）

$$\alpha(M^2)=\alpha' M^2+a$$

((isospin)=1 交換の散乱振幅.)

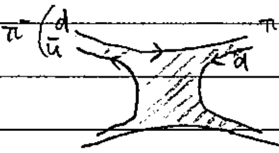
(1960年代後半の $\pi+N\to\pi+N$. $\pi+N\to$ anything. データによくあった。)

(isospin=0) 交換の散乱振幅は $a\simeq 1$ or $a>1$??

理論として気になる点

・散乱実験のエネルギーを上げると. $\mathcal{M}\sim g_0^2(\alpha' s)^{a>0}$ が $O(1)$ に達する。

これは. S-行列のユニタリ性が保てていない状態。



だけでなく

+ ⋯⋯ も加えるべきである。

⇒ 計算 algorithm の開発.
(そうしたらユニタリになるか?)

・バリオン (fermion) をどうする?

⇒ 世界面に fermion を入れてみる? それとも?

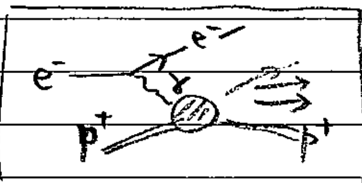
・「弦が $\mathbb{R}^{3,1}$ 時空内を動くという力学系」を定式化しきる。

side remark 双対共鳴模型 / Veneziano 散乱振幅が場の理論模型で「ある」か「ない」か: (有限個の粒子+有限項の相互作用項 in Lagrangian) の場の理論模型ではない.

70年代前半の実験

・ハドロン弾性散乱@大角度 ($-\frac{t}{s}\sim O(1)$) $\mathcal{M}\sim s^{\alpha' t}$ 指数関数 ($t<0$) とデータは合わない.

・深部非弾性散乱



p^+ の中に γ と電磁気的相互作用する点状粒子がある。

PLUS

II 弦理論の定式化（どこまでわかっているか）

§1 世界面上の共形場理論として

世界面 Σ（座標 (ξ^0, ξ^1)）が $\mathbb{R}^{3,1}$ 空間の中を運動する。
（1+1次元

計量 $\eta_{\mu\nu} = \mathrm{diag}(+1,-1,-1,-1)$
$$\left(ds^2 = \eta_{\mu\nu}\, dx^\mu \otimes dx^\nu \right)$$

⇒ 世界面の上で見る計量 $ds^2 = d\xi^a \otimes d\xi^b \underbrace{\dfrac{\partial X^\mu(\xi)}{\partial \xi^a} \dfrac{\partial X^\nu(\xi)}{\partial \xi^b} \eta_{\mu\nu}}_{=: g_{ab}(\xi)}$

体積 $= \int d\xi^0 d\xi^1 \sqrt{-\det(g_{..})}$

南部–後藤 action $\boxed{S'_{NG} = \dfrac{-1}{2\pi\alpha'} \int_\Sigma d\xi^0 d\xi^1 \sqrt{-\det(g_{..}(\xi))}}$ $\boxed{\text{自由度: } X^\mu(\xi)}$

（α'：$(\text{長さ})^2$ の次元のパラメター）

$\left(\text{cf：点粒子} \quad S' = m \int d\xi \sqrt{\dfrac{\partial X^\mu}{\partial \xi} \dfrac{\partial X^\nu}{\partial \xi} \eta_{\mu\nu}} \right)$

等価な言いかえ

$$\boxed{S'_{\text{polyakov}} = \frac{-1}{4\pi\alpha'} \int_\Sigma d\xi^0 d\xi^1 \sqrt{-\det(h_{..})}\; h^{ab} (\partial_a X^\mu)(\partial_b X^\nu)\, \eta_{\mu\nu}}$$

自由度 $\boxed{h_{ab}(\xi),\ X^\mu(\xi)}$

- h_{ab} による運動方程式 $\boxed{\dfrac{1}{2} h_{ab}\, h^{pq} g_{pq} = g_{ab}}$
  代入すると S'_{NG} に戻る。
- $h_{ab}(\xi)$ ではなく $h_{ab}/\sim$ $\left(\begin{array}{l} h'_{ab}(\xi) = e^{\exists \varphi(\xi)} h_{ab}(\xi) \\ \Leftrightarrow h' \sim h \end{array} \right)$ が自由度。

世界面上の場の理論ではあるけれど、
計量の局所共形変換の下で不変なもの。

target space は $\mathbb{R}^{3,1}$ を含む。（現実を記述するためには）

他にも Σ 上の自由度がいくらかあってもよいかも

（ハドロン物理用であれ、
素粒子標準模型用であれ）

(いいかげんな説明)

世界面上の共形不変性をもつ理論に fermion も含めて 時空の対称性を(Lorentz + 並進)から 超対称性へと拡張されているもの
⇒超弦理論、という。

共形対称性が量子論においても成立している為の条件

弦理論：Σ上の自由度の総量(central charge という)が 空間1次元分の量の26倍 きっかり

超弦理論：Σ上の自由度の…… が 空間1次元分の量の10倍きっかり

9+1次元時空という tangent space は まともな超弦理論になる。

理論の枠組(不可算名詞)	個別の例(可算名詞)
古典力学 電磁気学	個々の系(system)
量子力学	〃 系(〃) 調和振動子 単原子 etc.
場の量子論	個々の模型 理論 Klein-Gordon, Dirac QED, QCD 標準模型……
超弦理論	個々の真空 {9+1次元平坦時空, $T^6 \times \mathbb{R}^{3,1}$, etc…}

世界面上の超共形場理論であってユニタリであり、modular不変性があるもの のみを考慮の対象とするのが通例

大雑把にいうと (時間方向のEuclid化(解析接続操作)に対してまともにふるまうこと)

☆ 条件の課しかたはこれで十分か? 「課す」具体的な操作はどう?

☆ $\boxed{\text{どれだけ真空が存在するか?}}$

各々の真空において、どのようなことがおきるか?

超弦理論：世界面上の場の理論として自由度の量子化をする

⇒ $\mathbb{R}^{D-1,1}$ が target space に含まれるなら、D次元時空の "spin-2" の massless 粒子が存在する。⇒ 重力子。

⇒ Regge trajectories 状の無限個の粒子の存在。$(m\sim 1/\sqrt{\alpha'})$

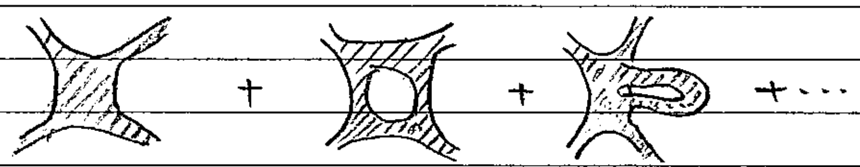
(target space 上の物理として解釈する場合)

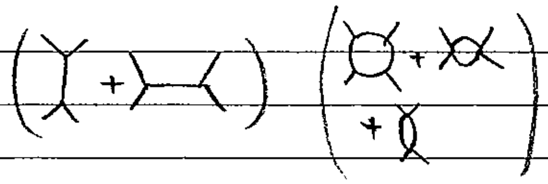
エネルギー $\sim \frac{1}{\sqrt{\alpha'}}$ で 超弦理論と一般相対論とのちがいが見えはじめる。

$\sqrt{\alpha'}\sim\sqrt{G_N}$? 保証はない。(真空による)

α'で全てを無次元化できる

§2 摂動計算と非摂動効果





$\chi=+1$　　$\chi=0$　　$\chi=-1$ (ドーナツ表面に穴)

$g_0^{\,n-2\chi}$

$\mathcal{M}(\text{kin. var.}; g_0, \alpha')$
運動学的変数

摂動計算

粒子の質量への g_0 補正
- ある種の粒子の場合、補正 $=0$.
- それ以外：理論 (algorithm) 整備の努力あり。

質量補正のない粒子間の散乱振幅への g_0 補正

超弦理論の場合
- 一般論としての概念の整理はできている。
- $\chi\le -8$ $(g\ge 5)$ 以上：order by order で 座標の取り方の工夫が必要なまま

(真空 dep. な部分の計算) ⊕ (真空に依らない部分)

No. 5

Date . .

〈量子系の摂動計算でよく経験されていることとして…(レポート問題 I-1)〉

摂動展開は漸近展開であり、収束しない級数となる(だろう)

$\Sigma_n g_0^{2n} n!$ みたいな感じ? (どんなに小さな g_0 でも収束しない)

こういった漸近展開級数は意味をもたせる方法論はある(Borel resummation)

のだが、その方法の適用には不定性が入る場合

(系、理論/模型、真空)がある。

その不定性と(その系の"準安定古典解"など)を取り入れた寄与の不定性が

相殺して、well-definedな物理量の計算手法となる。

非摂動寄与

〈簡単なモデル系を使って示す程度にとどまるのが通例〉

$(\Sigma_n g_0^{2n} n!) \Rightarrow (\text{tension}) \propto \frac{1}{g_0^2}$ の準安定解があるかも。

超弦理論 ⇒ D-braneとよばれる重力のソリトン解 $(\text{tension}) \sim \frac{1}{g_0^2}$

NS-5-braneとよばれる 〃 〃 $(\text{tension}) \sim \frac{1}{(g_0)^2}$

他にもソリトン解はいろいろありそう。

非摂動寄与の全貌は?

各ソリトンを用いた寄与の計算方法は?

不定性の相殺はほんとうにおきるのか?

(場の量子論であっても、それほどできているわけではない。)

(ソリトンだけでOKなのか?)

細かいことを言えば、あちこち、いろいろ定式化は完成していない。

ただ、大筋においては、定式化できている、と言ってもいいのかもしれない。

超弦理論 as 場の量子論 と一般相対論の統合

- 真空の調べあげ(共形場の理論の列挙)
- 各真空(系)でなにがおきるか、のstudy
- 自然界で採用されているものかどうか

を別にすれば

- もっと課すべき??条件はあるか?

PLUS

§3 摂動展開によらない解析を可能にする定式化 ??

空間がN点からなるとする。

- ・量子力学（1自由度）：$\mathcal{H}_{tot} = \mathbb{C}^N$ （波動関数 = vectorの空間）
- ・fermionの場の理論：$\mathcal{H}_{tot}$: （各点 2次元 $\mathbb{C}^2$）$^{\otimes N}$
  $\Rightarrow$ 2^N次元vector空間.

bosonic場を含むQFT：$\Rightarrow$ ∞^N次元 vector空間

但し Hamiltonianが与えられたなら、数値的にであれ

基底状態、励起状態、．．．相関．．．etc. を解くことはありえる。
摂動手法を要しない。

・超弦理論：該当する定式化が確立していない。

弦の場の理論（string field theory）（∞個の場（自由度）、∞個の相互作用）

まず 1+1次元共形場理論（真空）を指定 $\Longrightarrow$ 作用

algorithm

超の場合 {algorithm 整備されている。振幅の摂動計算

（散乱振幅の計算）（非摂動効果の探索）

超の場合 algorithmまでは．．．大丈夫？

$\mathcal{H}_{tot} \Rightarrow (\infty^N)^\infty (2^N)^\infty$次元

行列模型（matrix model / theory）

N×N行列の量子力学．．．みたいなもの

それが超弦理論とどう関係する？