

第5回. この現実世界の物理法則を弦理論の言葉で

Date

理解する.

(何を我々は知っている?)

素粒子標準模型

vector 場: $SU(3)_c \times SU(2)_l \times U(1)_Y$ ($8+3+1$ 次元実 Lie 代数)

spinor 場: $3 \times 15 = 45$ 個. (quark, lepton)

scalar 場: complex 2 個 (Higgs doublet)

パラメータ (相互作用定数) $3+2 + 2+1 + 12+6+2+2?$

これらの場の間相互作用はもと種類がある (違う operator が作用に含まれている)

がもしないが、なくても既存の実験結果の多くと整合的である。

⇒ そうした相互作用定数には、実験から上限値が課せられる。

常に我々が知っているのは有限精度の情報

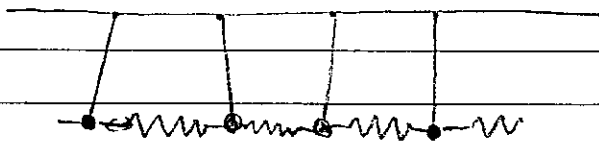
低エネルギー限定での情報

→ (ここ追加)

場の量子論

≈ 空間の各点に一定数の量子力学的自由度が付随しており、

かつ、隣接する点上の自由度との間で一定の相互作用がある系



場の理論の記述方式は、とても禁欲的

実験 data から直接わかること (独立自由度の数、スピン、励起エネルギー、崩壊比率など)

と過不足なく取り込む。

その自由度が「何が?」とは問われない。

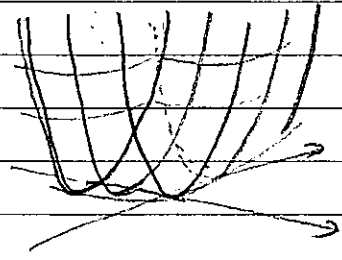
詳細は不明ながら

- ◎ 暗黒物質 と呼ぶべきものはある (素粒子物理的なのか、天体物理的なのかは不明)
- ◎ 初期宇宙にインフレーションをおこなった エネルギー & 自由度は PLUS あり

原子・分子の量子系 なら 各々の励起状態に、微視的解釈がある。

分子全体の回転、原子間距離の振動、^{分子軌道間、電子の遷移}原子
個々の励起は、(その力学系全体にわたる) ありモード。

抽象的な系配置空間 M 上にポテンシャルがある。



多配の高方向、低方向がある
低い振動数で励起できる自由度と
できない自由度がある

回転

振動

場の量子論の模型が1つある

空間各点に、ある1つの量子系がある。⇒ どんな量子系か? ^{Born-Oppenheimer}
その量子系の力学法則は何が? (電子の Coulomb力 + 量子力学. ^{Heimer})
⇒ 原子配置空間上のポテンシャル
どんな配置空間か? 低エネルギー= 実験では、ポテンシャルの狭い谷の中
ポテンシャルの山の向こうには どんな local minimum があるか?
(どんな '標準模型' なのか?)
初期宇宙の時間発展とは、ポテンシャルの谷底へ settle down する過程
(インフレーションも含む) どのような過程だったのか?

超弦理論を信じるならば

the 系粒子標準模型 ⇔ 何かある特定の SCFT の世界面。
低エネルギー= 自由度の空間 ⇔ その SCFT の変数の moduli space。
力学法則 ⇔ SCFT が SCFT であるための条件。
9+1次元時空の運動方程式をみたすべしという条件。

というルールの中で、上記の問題を考えるとどうなる

もし我々の周辺の宇宙(素粒子標準模型)が geometric な SCFT で記述されれば... (small volume の量子補正が低エネルギー有効場の理論で大きくなる)

String vacua constructed via (free boson) \otimes (unitary compact CFT w/ modular inv.) $\mathbb{R}^{3,1}$ are all qualified for the description of this universe.

$(c, \tilde{c}) = (9, 9)$ Type I
 $= (22, 9)$ Het

"compact" $\stackrel{\text{def}}{=}$ the spectrum of conformal weights is discrete.

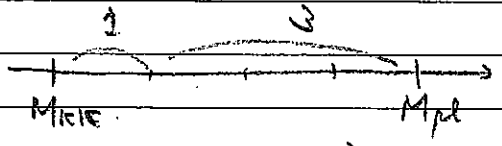
Both in Type II and Het string,

$$S \supset \frac{2\pi}{(2\pi)^d (\alpha')^d} \int d^d x \sqrt{-g} e^{-\phi} R \Leftrightarrow \frac{2\pi \langle \text{vol. } g \rangle}{(2\pi)^d (\alpha')^d (g_s)^2} \int d^d x \sqrt{-g} R.$$

$$\frac{1}{16\pi G_N} = \frac{M_{\text{pl}}^2}{2} \quad \boxed{M_{\text{pl}} \approx 2.4 \times 10^{18} \text{ GeV.}}$$

Roughly speaking, $M_{\text{KK}} := \frac{1}{\langle \text{vol. } g \rangle^{1/6}}$ $M_s := \frac{1}{\alpha'} = \frac{1}{2\pi \alpha'}$

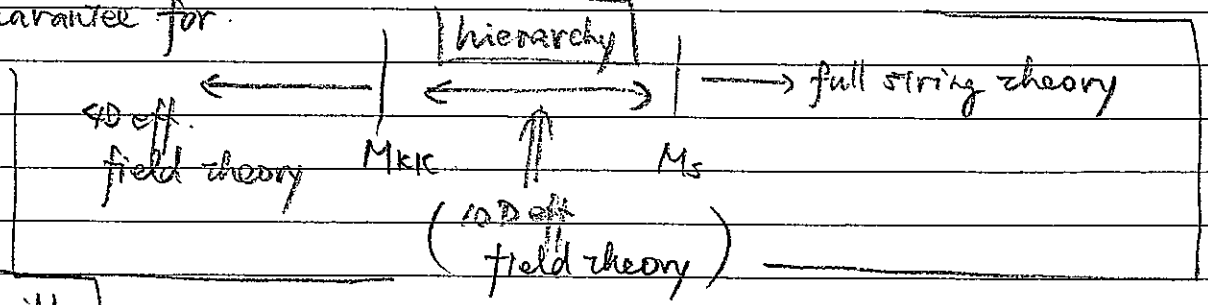
$$\sqrt{2\pi} M_s^3 = M_{\text{KK}}^6 M_{\text{pl}}^2 g_s^2$$



$$\text{so } M_{\text{KK}} \lesssim M_s \lesssim M_{\text{pl}}$$

$g_s^2 / (4\pi)$ ignored.

No guarantee for



possible

- ① $M_s \sim M_{\text{KK}} \sim M_{\text{pl}}$ and $g_s \sim \mathcal{O}(1)$) no 10D SUGRA
- ② $(M_s \sim M_{\text{KK}}) \ll M_{\text{pl}}$ and $g_s \ll 1$) approximat'n.
- ③ $M_s \ll M_{\text{KK}}$ because $g_s \ll 1$) always $M_s \lesssim M_{\text{pl}}$
- ④ hybrid: $(\exists (4 < d < 10) \text{ d-dim SUGRA approximat'n exists})$ PLUS
- ⑤ $M_{\text{KK}} \ll M_s$: 10D SUGRA approximat'n exists

×E①

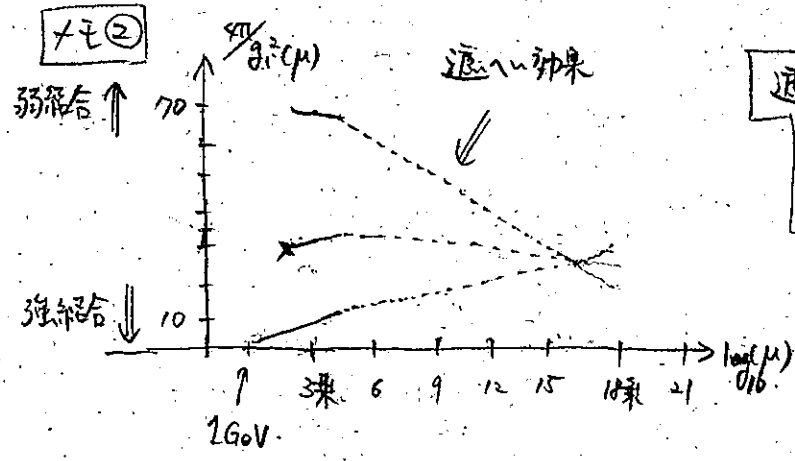
コンパクト n-マン多様体 (M, g) ^{計量} vol(M) ~ R^d (dim_R M = d)

の時: Laplacian の eigenvalue は $\Delta = -\frac{1}{R^2} \times (\text{dim. less 数})$

- 例 $\Delta = g^{mn} \frac{\partial}{\partial x^m} \frac{\partial}{\partial x^n}$
- 箱 & 周期境界条件 $\Rightarrow \vec{k} \in \frac{2\pi}{R} \mathbb{Z}^d$ $-\frac{(2\pi)^2}{R^2} \|\vec{n}\|^2$
 - S² 半径 R $\Rightarrow \frac{-l(l+1)}{R^2}$ $l \in \mathbb{N}$ (vol = 4πR²)

励起状態で 励起エネルギーが 0 (1/R) であるもの (Kaluza-Klein states) が無数にあるが通例. このエネルギースケール $\Rightarrow (M_{KK} \sim \frac{1}{R})$ と書ける.

×E②



統一の効果により SU(3) × SU(2) × U(1) の相互作用 "定数" は長い (エネルギー) スケールにより実質的に変化可能.

(10³ GeV ~ 10¹⁶ GeV くらいで標準模型のスケールが超対称性と同様可能な SU(5) 超対称大統一と整合的である.)

The M_{KK} << M_S cases

- easier to construct and to extract their consequences, often systematically
 - motivated if you believe in Supersymmetric Grand Unification
- set: M_{KK} = M_{GUT} ((1~3) × 10¹⁶ GeV) ≡ SUSY gauge coupling unification.

Ref. [written Nucl. Phys. B258 ('85) 75.
written Nucl. Phys. B268 ('85) 79.
pheno literatures: ask me directly.]

低エネルギー (Mkkより十分低い) の場の理論 模型 と.

** 型弦理論の真空を定めた数件的 input data との間 翻訳

80's 後半 ~ 10's 半ば エネルギースケール Mkk 前後で 超対称性が残る 模型/data.

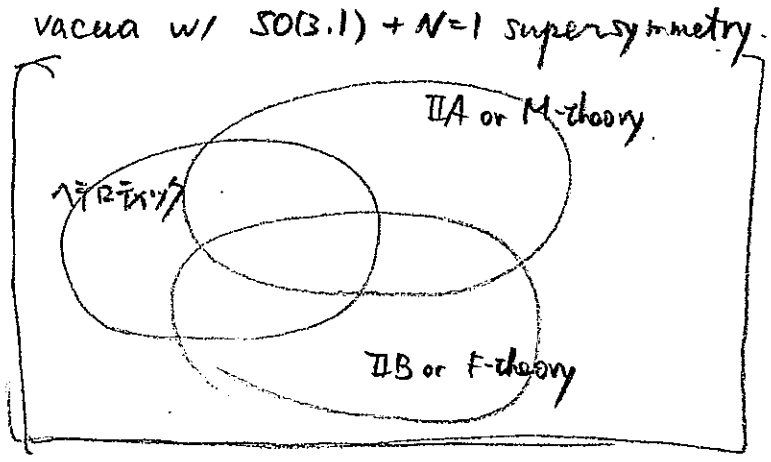
にわたる. 互いの翻訳がわかる.

input data

- II B 型 : カウビヤウ 複素三次多様体 W と. W 上の層. (vector bundle) (一般化)
- II A 型 : カウビヤウ : : : M と. M 上の実3 cycle 上の support をとる vector bundle.
- ヘテロティック型 : : : : Z と. Z 上の vector bundle V .
- F-theory : 複素三次元多様体 B . 四次元多様体 X . $\pi: X \rightarrow B$ elliptic fibration
- M-theory : 実7次元多様体 Y で TY の接続が $G_2 \subset SO(7)$ に値をとる.

翻訳 (辞書) の詳細は. 割合.

string duality というものがあろうて.



みえな感じ?

- 翻訳辞書を作らして. string duality を使った場面もあつた.
- 我々の宇宙は. ヘテロティック弦の真空で記述されたのか? IIAの真空か? という問いは. どの問いでもなる可能性が大いにある.

翻訳辞書の細かいことは脇において. (input math data)

どんな相互作用があるか/ないか	⇔	代数的情報 (構造群 @ 10D. 7d etc)
世代数	⇔	トポロジカルな情報 コホモロジー群の次元 Chern 類 交点数 etc.
相互作用定数の値	⇔	input data (計量など) のモジュライ空間のどの点か
低エネルギー場の理論模型の形	⇐	internal SCFT の data.

★ 素粒子の世代数 = 3 というデータ: input data の然るべきトポロジカル量が 3 であること以上の何の意味もないかも

★ { クォーク・レプトンの質量パラメタの階層性
クォーク世代間混合角の小ささ
ニュートリノ質量のエネルギースケールはなぜ低か? } → moduli 空間の (x*) なるあたりで、
中 (x*) なるあたりで... というキロンあり。

回 素粒子標準模型のよるものも低エネルギーで再現可能な。弦理論の真面目な「超対称近似が geometric」な範囲内にも「あても驚かぬ」感覚。
— detail へ目を向け出すと... ん?? ではない。

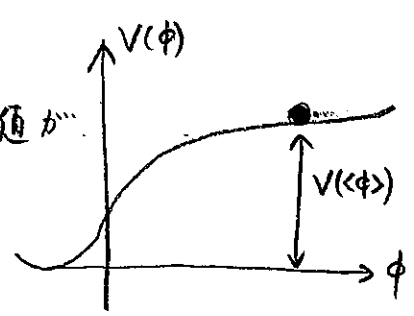
⇒ **超弦理論を棄却せねばならぬ状況では無い。**

回 何をもって理論研究の前進/成果というべきか?
— 実証科学 or 自然哲学 (実証) としてタイムラインの取り方、手法の幅は異なる。
— biproduct はあるか? (仮定を減らせば?) あり。

将来の課題 2つ

A. 初期宇宙のインフレーションについて

有力仮説: 宇宙初期のあい時期、スカラー場期待値が
高真空エネルギー領域にとどまって、量子的に場を
ゆらいた ⇒ それが今の宇宙の密度ゆらぎにつながる。



Q1 そのためには V(φ) がもう少し平らでないと行かないが、どのようにして可能か?
(弦理論の moduli 空間のどこで可能か) OO's of Try & error

Q2 インフレーション中の真空エネルギー V(⟨φ⟩) は高い方が自然。

$$10^{-5} \sim \frac{\delta\rho}{\rho} \sim \frac{1}{3\sqrt{3}\pi} \frac{V^{3/2}}{M_p^3 |dV|} \quad \text{右辺: } |V|^{1/2} \sim M_p^2 \times 10^{-9} ?$$

$\Rightarrow V^{1/4} \sim M_p \times 10^{-2} \sim 10^{16} \text{ GeV} ?$

しかし、それだけ高いエネルギー密度があると、
3+1次元で inflate できるかわりに、9+1次元に振動してしまうから。
どうやって、高いエネルギー密度を、決壊させずに 3+1次元の振動からとどめられるか?

B. Mkk. エネルギースケール前後で超対称性の近似が悪い。

SO(3,1) 対称な弦理論真空はありか?

Gross Witten Nucl. Phys. B277 (1986) 1 論文。

10D テイック型弦理論の geometric な真空では

Mkk 前後で超対称性近似が悪い
 \Leftrightarrow SO(3,1) 対称性を破る量子補正 @ $\phi_{\pm} = \frac{1}{R} O\left(\left(\frac{l_s}{R}\right)^6\right)$
が消える。

これはどれくらい厳密 / 一般性のある結果か?