

周りの人と相談して以下の問題を解いても構いません

【スピン・軌道角運動量】

スピンを持つ粒子が中心力ポテンシャルに束縛されている系を考える。粒子の軌道角運動量とスピンとの間には一般的に相互作用が働き、この相互作用はスピン-軌道相互作用と呼ばれている。そのハミルトニアンは

$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + V(r) + \xi(r) \mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$$

と表される。ここで、 $L$  は軌道角運動量演算子、 $S$  はスピン演算子を表し、これらは

$$[L^i, L^j] = i\hbar\epsilon^{ijk}L^k, \quad [S^i, S^j] = i\hbar\epsilon^{ijk}S^k, \quad [L^i, S^j] = 0$$

を満たす。また、スピン演算子は位置演算子  $x$  や運動量演算子  $p$  と可換である。全角運動量演算子を  $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$  とするとき、 $L^2, S^2, J^2, J_z$  が系を記述する量子数として適切であることを、以下を示すことで説明しなさい。

- (1)  $L^2, S^2, J^2, J_z$  が互いに可換
- (2)  $L^2, S^2, J^2, J_z$  がハミルトニアンと可換