場の量子論の数学と二次元四次元対応

立川裕二 (東大・Kavli IPMU)

講演では、場の量子論は数学的に如何に捉えるべきか、また、その立場から、二次元四次元対応はどのように理解されるか、ということをお話いたします。以下、講演では触れないと思いますが、折角なので日記と電子メールを辿って二次元四次元対応が見つかった経緯を再構成してみます。

僕がアメリカでポスドクをしていた 2009 年の 1 月のある寒い日、ダヴィデ・ガイオット (以下ダヴィデ) がザイバーグ先生に彼の最新の研究を説明していたところに巡り合ったので、僕もそこでそれについて教えてもらいました [1]。それが今では四次元のクラス S 理論と呼ばれているものとの僕のはじめての遭遇です。その後、ダヴィデはルイス・フェルナンド・アルダイ (以下フェルナンド) と共同研究をはじめたようなのですが、その共同研究に、僕が以前修論でやっていたインスタントン分配関数の計算が使えそうだと判ったそうで、2 月中旬になって僕も共同研究に加わることになりました。

そこからしばらくは良く判らない闇雲な計算を三人でしていましたが、5 月のある日の夕方、僕が近くの運河脇の小径を自転車で散歩していると、携帯にダヴィデから「1 ループの寄与はリュービル理論の三点関数の積だ」と短いメールが届きます。家に戻ってから「じゃあインスタントン分配関数の寄与は?」と返事を書くと、すかさず「それは共形ブロックであるはずだ」と返信がありました。

リュービル理論も共形ブロックも、二次元の場の理論の話題で、それまで四次元の場の理論一辺倒だった僕にはちんぷんかんぷんで、彼が何のことを言っているのかさっぱりでした。しばらくは、修士の頃に書いたマセマティカのプログラムに手を入れて、ダヴィデが計算してくれと言うインスタントン分配関数を、闇雲に計算すると、ダヴィデが別に計算した共形ブロックと答えが一致する、というのの繰り返しです。これは魔法にかけられたような経験でした。彼はその度「ほらそうだろう」と言うのですが、僕は何故これらが一致しないといけないのか、そもそも何故彼がこのパラメタでインスタントン分配関数を計算してくれといったのか、全く判らなかった記憶があります。

そんなこんなのうちに、6 月になり、ダヴィデがローマの研究会でこの話を発表するので、それまでに論文にまとめようとなって、フェルナンドと三人でなんとか書き上げたのが、今回の Encounter with Mathematics の題目になっている対応のはじまりの論文です [2] が、以上のエピソードからわかるように、僕は何も判らず論文を書いたので、自分ではこの対応の例の名前を使うのには非常に抵抗があります。

実際、僕がダヴィデの当時の発想を理解できるようになるには数年の時間が必要でした。その間に、フェルナンドもダヴィデもこの対応の研究を直接することからは離れてしまって、僕ばかりがこの対応を調べているという、不思議なことになっています。

[1] その内容はようやく 4 月になって arXiv:0904.2715 として出た。ダヴィデは雑誌に投稿するのを忘れていたらしく、出版されたのは 2012 年。

[2] arXiv:0906.3219、2010 年に出版。